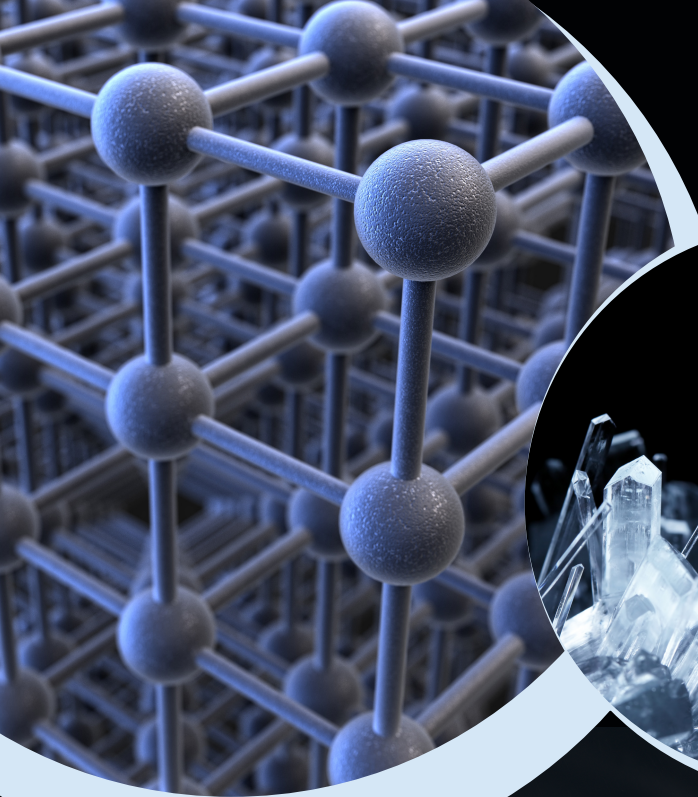




FISIKA ZAT PADAT:

GETARAN KISI-KISI, KRISTAL SATU DIMENSI,
GETARAN KISI MODEL EINSTEIN DAN MODEL DEBYE

PENULIS :

- A. Jusriana, S.Si., M.Pd.
- Ihfa Indira Nurnaifah Idris, S.Si., M.Pd.
- Suarti, S.Si., S.Pd., M.Pd.
- Nurhasmi, S.Si., M.Si.
- Dirgah Kaso Sanusi, S.Pd., M.Pd.

FISIKA ZAT PADAT :

GETARAN KISI-KISI, KRISTAL SATU DIMENSI, GETARAN KISI MODEL EINSTEIN DAN MODEL DEBYE

**A. Jusriana, S.Si., M.Pd.
Ihfa Indira Nurnaifah Idris, S.Si., M.Pd.
Suarti, S.Si., S.Pd., M.Pd.
Nurhasmi, S.Si., M.Si.
Dirgah Kaso Sanusi, S.Pd., M.Pd.**



GETPRESS INDONESIA



Buku Referensi Fisika Zat Padat

FISIKA ZAT PADAT: GETARAN KISI-KISI, KRISTAL SATU DIMENSI, GETARAN KISI MODEL EINSTEIN DAN MODEL DEBYE

Penulis : A. Jusriana, S.Si, M.Pd.
Ihfa Indira Nurnaifah Idris, S.Si, M.Pd.
Suarti, S.Si, S.Pd, M.Pd.
Nurhasmi, S.Si, M.Si.
Dirgah Kaso Sanusi, S.Pd, M.Pd.

ISBN : 978-623-125-680-5

Editor : Mila Sari, M.Si.
Desain Sampul dan Tata Letak : Tri Putri Wahyuni, S.Pd.

PENERBIT GET PRESS INDONESIA
Anggota IKAPI No. 033/SBA/2022
Jl. Palarik RT 01 RW 06 Kelurahan Air Pacah
Kecamatan Koto Tengah Padang Sumatera Barat

website: www.getpress.co.id
email: adm.getpress@gmail.com

Cetakan pertama, Maret 2025

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk
dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah Puji syukur kita haturkan kehadiran Allah SWT, atas berkat rahmat dan hidayah-Nya sehingga kami dapat menyelesaikan buku referensi Fisika Zat Padat tepat pada waktunya. Tidak lupa pula kami haturkan salam dan sholawat kepada junjungan Nabi Besar Muhammad SAW yang kita nanti-nantikan syafaatnya di akhirat nanti.

Buku referensi ini sudah kami susun dengan maksimal dan mendapat bantuan dari berbagai pihak sehingga bisa memperlancar pembuatan buku ini, maka dari itu kami menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah banyak berkontribusi dalam pembuatan buku ini.

Terlepas dari segala hal tersebut, penulis sadar sepenuhnya bahwa masih ada kekurangan baik dari segi susunan kalimat maupun dari pemilihan tata bahasanya. Oleh karenanya penulis dengan lapang dada menerima segala saran dan kritik dari pembaca agar penulis dapat memperbaiki makalah ini.

Akhir kata penulis berharap semoga buku referensi Fisika Zat Padat ini dapat memberi manfaat informasi maupun inspirasi kepada kalangan pembaca khususnya mahasiswa Pendidikan Fisika. Penulis berharap agar pembaca lebih menambah bahan bacaannya kembali untuk semakin memperluas ilmu pengetahuan yang diinginkan.

Sekian dan terima kasih.

Makassar, Januari 2025
Penyusun

Penulis



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR GAMBAR.....	iv
DAFTAR TABEL	vi
BAB I GETARAN KISI-KISI	1
A. Getaran Dalam Zat Padat.....	3
B. Fonon.....	12
C. Gelombang Kisi	17
D. Gelombang Elastik.....	35
BAB II KRISTAL SATU DIMENSI	46
PENDAHULUAN	47
A. Kristal Fotonik.....	48
B. Kristal Fotonik Satu Dimensi	50
BAB III MODEL EINSTEIN	58
A. Getaran Kisi Model Einstein	60
B. Einsten Zat Padat	77
BAB IV MODEL DEBYE	100
A. Rapat Keadaan Model Debye.....	105
B. Temperature Debye.....	112
C. Persamaan Debye.....	116
DAFTAR PUSTAKA.....	122
BIODATA PENULIS.....	125

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1. Gelombang Mekanika Kearnah Memanjang Batang X	4
Gambar 1. 2. Gaya pada Bidang S.....	18
Gambar 1. 3. Plot dari a terhadap K	21
Gambar 1. 4. Kisi diatomik satu dimensi. sel satuan memiliki panjang 2	22
Gambar 1. 5. Cabang-cabang dispresion dua dari kisi diatomic $M_1 < M_2$ yang menunjukkan kesenjangan frekuensi....	24
Gambar 1. 6. Atom yang saling bertetangga yang tersusun secara linier dalam keadaan seimbang dan sesudah terjadi pergeseran.....	28
Gambar 1. 7. Bentuk kurva dispersi.....	29
Gambar 1. 8. Equilibrium.....	32
Gambar 1. 9. Grafik hubungan antara frekuensi angular dengan vector gelombang pada rangkaian diatomic.....	34
Gambar 1. 10. Gelombang elastic pada batang.....	36
Gambar 1. 11. Kurva Dispersi dari Gelombang Elastis	38
Gambar 3. 1. Spektrum dan fungsi gelombang dari osilator harmonik kuantum 1D	61
Gambar 3. 2. Plot distribusi Bose-Einstein dan nilai energi.....	62
Gambar 3. 3. Plot ketergantungan suhu dari kapasitas panas berubah dengan TE	64
Gambar 3. 4. Kecocokan model Einstein dengan data eksperimen.....	65
Gambar 3. 5. Kebergantungan kapasitas panas zat padat pada suhu	66
Gambar 3. 6. Ruang $-k$ satu dimensi : (a) diskret dan (b) malar.	67



Gambar 3. 7. Spektrum energi osilator satu dimensi menurut teori kuantum.....	74
Gambar 3. 8. Kapasitas kalor zat padat Einstein sebagai fungsi suhu. Nilai eksperimental $3 Nk$ diperoleh kembali pada suhu tinggi.....	78
Gambar 3. 9. Mendistribusikan q kuantum energi di antara N' SHO.....	79
Gambar 4. 1. Panas jenis sebagai fungsi suhu. Lingkaran adalah data eksperimen.....	109
Gambar 4. 2. Kurva kerapatan keadaan sebagai fungsi pada model Einstein dan Debye.....	111
Gambar 4. 3. Kapasitas panas temperature rendah pada padatan argon. Digambarkan secara berlawanan terhadap T^3	112
Gambar 4. 4. Penjelasan kualitatif pada hukum Debye T^3	113
Gambar 4. 5. Sketsa pada fungsi distribusi planck pada temperature yang tinggi.....	114
Gambar 4. 6. Temperature Debye dan Konduktivitas Debye.....	115



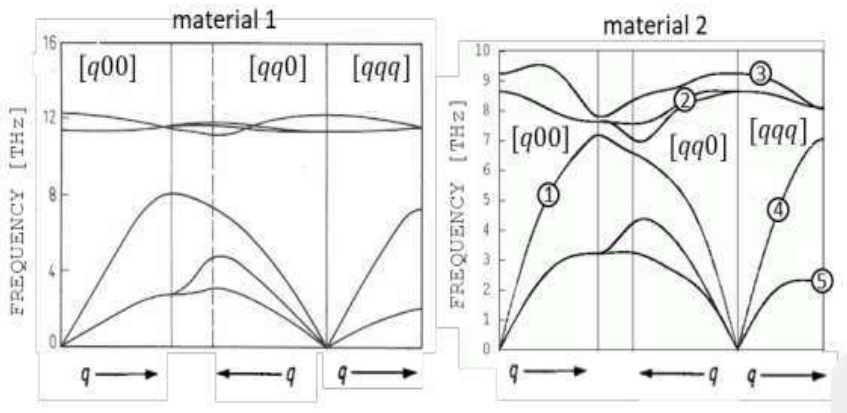
DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1. Modulus Elastik Bulk dan Kelajuan Bunyi dari beberapa
jenis Zat Padat..... 10



BAB I

GETARAN KISI-KISI





PENDAHULUAN

Bab ini membahas karakteristik spektrum getaran dalam kristal padat, yang berkaitan dengan bagaimana gelombang merambat dalam kisi periodik, energi yang dikandungnya, serta kontribusinya terhadap panas jenis kisi. Selain itu, dibahas juga sifat partikel dari fonon dan dampak ketidakharmonisan getaran antar atom. Topik ini memberikan wawasan mendalam dalam fisika zat padat, termasuk konsep batas frekuensi yang diizinkan dan terlarang, yang kemudian dikaitkan dengan spektrum zat padat.

Energi nol dan energi panas dalam zat padat berperan dalam kompleksitas getaran atom. Getaran-getaran ini terdiri dari komponen Fourier dengan berbagai frekuensi. Jika dipengaruhi oleh sumber eksternal, dapat muncul gerakan tambahan, yang umumnya dianggap mengikuti prinsip superposisi. Sebagai ilustrasi, efek dari beberapa gangguan dapat ditentukan dengan menjumlahkannya. Anggapan ini tampak logis karena masih berada dalam ranah linier, di mana gaya pemulihan setiap atom tetap sebanding dengan pergeserannya, sesuai dengan hukum Hooke. Namun, seperti yang akan dibahas dalam topik konduktivitas, ketidakharmonisan tetap memiliki pengaruh, bahkan pada pergeseran atom yang kecil. Selain itu, ketidakharmonisan juga berperan penting dalam interaksi antara foton dan fonon.

Getaran atom dalam zat padat dapat terjadi akibat perambatan gelombang dalam kristal. Berdasarkan panjang gelombang yang digunakan dibandingkan dengan jarak antar atom dalam kristal, dapat dibedakan antara pendekatan gelombang pendek dan pendekatan gelombang panjang.



Pendekatan gelombang pendek terjadi ketika panjang gelombang yang digunakan lebih kecil daripada jarak antar atom dalam kristal. Dalam kondisi ini, gelombang akan memperlakukan kristal sebagai susunan atom-atom diskrit, sehingga pendekatan ini dikenal sebagai pendekatan kisi diskrit. Sebaliknya, jika panjang gelombang lebih besar dari jarak antar atom, kisi akan tampak sebagai medium kontinu untuk perambatan gelombang. Oleh karena itu, pendekatan ini disebut sebagai pendekatan kisi malar.

Pada bagian berikutnya, akan dikembangkan model matematis untuk getaran kisi kristal dengan tujuan menjelaskan sifat-sifat fisisnya. Model ini diharapkan dapat menggambarkan hubungan dispersi $(k)\omega = \omega$, kemudian dibandingkan dengan hasil-hasil eksperimen.

Kita mengasumsikan bahwa semua atom dalam kristal memiliki ikatan yang sangat kuat satu sama lain dan bergetar sebagai satu kesatuan dalam model kolektif. Dalam pengembangan model ini, kita membatasi diri pada kristal linier, yaitu kristal yang terdiri dari satu rantai lurus. Awalnya, dianggap bahwa semua atom dalam rantai tersebut identik (monoatomik), kemudian dianalisis kasus dengan dua jenis atom yang tersusun secara bergantian sepanjang rantai (diatomik). Model kristal linier yang sederhana ini ternyata mampu memberikan hasil kuantitatif yang cukup akurat, sehingga dapat diperluas untuk menganalisis getaran atom dalam tiga dimensi.

A. Getaran Dalam Zat Padat

Getaran dalam zat padat terjadi akibat perambatan gelombang dalam kristal. Berdasarkan panjang gelombang yang digunakan dibandingkan dengan jarak antar atom dalam



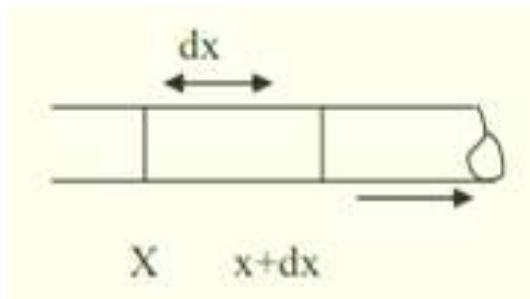
kristal, dapat dibedakan antara gelombang pendek dan gelombang panjang. Gelombang disebut pendek jika panjang gelombangnya lebih kecil dari jarak antar atom.

Dalam kondisi ini, gelombang akan memperlakukan kristal sebagai susunan atom-atom diskrit, sehingga pendekatan ini disebut sebagai pendekatan kisi diskrit. Sebaliknya, jika panjang gelombang lebih besar dari jarak antar atom, kisi akan tampak sebagai medium kontinu untuk perambatan gelombang. Oleh karena itu, pendekatan ini dikenal sebagai pendekatan kisi malar.

1. Getaran Elastik dan Rapat Modus Getar

Pembahasan tentang gelombang elastik dalam zat padat dimulai dengan asumsi bahwa panjang gelombang yang merambat dalam zat padat lebih besar daripada jarak antar atom dalam zat tersebut.

Dengan menerapkan pendekatan gelombang panjang, kita akan meninjau sebuah batang dengan penampang A , massa jenis ρ , dan modulus elastisitas Y (modulus Young). Gelombang mekanik merambat sepanjang batang dalam arah x . Lihat gambar di bawah.



Gambar 1. 1. Gelombang Mekanika Kearah Memanjang Batang X

Maka persamaan gerak gelombang elastik untuk bagian batang antar x dan $(x + \Delta x)$ adalah:

$$(\rho A \Delta x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = [S(x + \Delta x) - S(x)]A$$

Dengan:

U : simpangan terhadap kedudukan kesetimbangan;

S : tegangan (stress);

$S(x + \Delta x)$: tegangan pada kedudukan $(x + \Delta x)$;

$S(x)$: tegangan pada kedudukan x .

Kelajuan dengan gelombang longitudinal yang merambat dalam cairan berkerapatan ρ di berikan oleh:

$$V_0 = \lambda v = (B_s / \rho)^{1/2}$$

dimana B_s adalah modulus elastik bulk adiabatik, atau koefisien kekakuan (stiffness). Untuk zat padat, persamaan ini perlu dimodifikasi dengan mempertimbangkan batas kepejalan. Agar lebih jelas, kita akan menjelaskan transmisi dan gelombang akustik yang merambat dalam zat padat, dengan mempertimbangkan elemen-elemen yang tak bisa diabaikan hingga orde keempat dari koefisien kekakuan. Meskipun pada materi kristal yang paling sederhana, kecepatan suara umumnya bergantung pada arah perambatan gelombang, di mana gelombang transversal merambat lebih lambat dibandingkan gelombang longitudinal. Oleh karena itu, kita mengharapkan persamaan tersebut memberikan hasil orde magnitudo yang tepat untuk kecepatan gelombang longitudinal. Semakin besar modulus bulk dan semakin



kecil kerapatan, maka semakin cepat gelombang suara merambat.

Kecepatan V_0 yang dihitung dari persamaan ini, dengan menggunakan rapat jenis kristal yang diketahui dan modulus bulk yang diukur untuk sejumlah zat padat, ditunjukkan dalam tabel. Nilai-nilai V_0 ini sebanding dengan kecepatan suara yang diperoleh melalui pengamatan langsung. Perbandingan ini dapat diterima dan sangat cocok untuk semua zat padat yang tercatat, serta menunjukkan bahwa kecepatan suara berada pada orde 5000 m/s untuk tipe ikatan metalik, kovalen, dan ionik.

Penggunaan konsep makroskopik untuk perambatan gelombang sangat efektif dalam menjelaskan bahwa panjang gelombang gelombang akan sangat besar jika dibandingkan dengan jarak antar atom. Untuk gelombang dengan amplitudo yang tidak terlalu besar (sehingga masih mengikuti hukum Hooke), terdapat tidak lebih dari 21 koefisien ketergantungan dalam tensor kekakuan, meskipun untuk kisi tiga dimensi. Jumlah ini berkurang menjadi hanya 3 konstanta kekakuan yang tidak ekuivalen untuk kristal kubik. Koefisien-koefisien ini tentu saja terkait langsung dengan gaya pemulih yang mempengaruhi setiap perpindahan atom dalam kisi.

Penjelasan ini menunjukkan bahwa kita harus selalu mengingat pentingnya penerapan teori dan eksperimen dalam pendekatan kontinu atau makroskopik terhadap perambatan gelombang dalam koloid. Batas frekuensi pada gelombang akustik nondispersi, di mana produk antara panjang gelombang



dan frekuensi menghasilkan kecepatan perambatan yang konstan, memiliki rentang yang sangat luas. Batas ini menjadi fokus utama dalam percobaan-percobaan. Buku oleh Mason (1964) mencatat dengan rinci dalam bagian bibliografi, termasuk studi tentang hubungan antara tensor kekakuan dan simpul dari perambatan akustik.

Konstanta kekakuan dapat diukur dengan mengirimkan pulsa ultrasonik melalui kristal, suatu teknik yang disarankan oleh Hearmon. Teknik ultrasonik dalam kristal telah berkembang hingga mencapai frekuensi GHz, yang masih jauh dari batas maksimum kemungkinan perambatan gelombang dalam kristal. Ketika gelombang bunyi merambat dalam padatan dengan kecepatan 5000 m/s, gelombang dengan frekuensi 1 GHz memiliki panjang gelombang sekitar 5 μm , atau lebih dari 20.000 jarak antar atom..

Ada beberapa hal penting yang dapat kita pelajari dari kompleksitas spektrum getaran dalam padatan, yang paling sesuai jika mempertimbangkan kisi alami materi kristal. Pendekatan sistem kontinu gagal menjelaskan kondisi yang tercatat ketika kelipatan panjang gelombang tidak terlalu besar dibandingkan dengan jarak antar atom, meskipun penjelasan mengenai konstanta gaya atom tetap valid pada frekuensi rendah atau tinggi. Oleh karena itu, dalam bab ini kita akan menggunakan pendekatan mikroskopik. Getaran gelombang kisi dalam kristal merupakan rangkaian pergeseran atom yang berulang dan teratur, yang dapat dijelaskan dengan beberapa parameter, yaitu:

- Kecepatan perambatan (v)
- Panjang gelombang (λ) atau vektor gelombang



$$|k| = (2\pi/\lambda)$$

- Frekuensi (ν) atau frekuensi anguler (ω) =
 $(2\pi\nu) = (\nu k)$

Semua hal ini merupakan ciri-ciri dari sifat gelombang. Dengan mempertimbangkan gaya pemulih pada pergeseran atom-atom, kita dapat menyusun persamaan gerak untuk setiap pergeseran dan membentuk hubungan dispersi antara frekuensi dan panjang gelombang. Meskipun kita kadang-kadang akan merujuk pada frekuensi dan panjang gelombang, lebih sering kita akan mengaitkannya dengan frekuensi sudut dan bilangan gelombang..

Dalam penjelasan klasik, sebuah gelombang yang memenuhi hubungan dispersi dapat merambat dengan amplitudo berapa pun. Namun, pada titik ini, kita perlu mencatat bahwa kuantitas elementer dari getaran kisi memiliki sifat dualisme, mirip dengan sifat radiasi elektromagnetik dan sifat partikel. Sifat partikel ini disebut fonon, dan kita harus memandang pergeseran gelombang dalam materi sebagai pergerakan satu atau lebih fonon, di mana setiap pergeseran memiliki energi ($h\nu = \hbar\omega$ dan momentum kristal ($\hbar k$). Konduksi panas, hamburan elektron, dan proses lain yang terjadi dalam materi melibatkan peristiwa pemusnahan atau pembentukan fonon, dan dalam proses ini, aspek partikel memainkan peran penting, sama seperti peran gelombang. Dalam fenomena lainnya, kehati-hatian kita terhadap sifat diskrit energi eksitasi partikel akan bergantung pada apakah panas menyediakan energi fonon yang cukup besar.

Dalam pengembangan teori kuantum, panas jenis suatu materi dihitung berdasarkan teori klasik equipartisi. Dalam kristal yang terdiri dari **N** atom, setiap atom dianggap sebagai bagian dari **3N** osilator harmonik bebas, di mana masing-masing memiliki energi sebesar $k_b T$. Dengan demikian, total energi getaran kisi diberikan oleh $U = 3Nk_b T$. Pada kondisi volume tetap, panas jenis per mole dihitung sebagai:

$$C_v = (\delta U / \delta T)_v = 3N_A k_b = 24.94 \text{ joule / mole.}$$

Hubungan ini dikenal sebagai hukum Dulong-Petit (1869). Hukum klasik ini berlaku dengan baik untuk berbagai jenis material pada suhu kamar dan di atasnya, namun tidak akurat pada suhu rendah. Ketidaktepatan ini disebabkan oleh efek kuantum, yang pertama kali dianalisis oleh Einstein pada tahun 1907, kemudian diperbaiki oleh Debye (1912), serta Born dan von Karman (1912).

Statistik kuantum memberikan hasil yang berbeda secara signifikan dibandingkan dengan teori equipartisi energi klasik, terutama untuk frekuensi di mana energi fonon $\hbar\omega$ sebanding atau lebih besar dari energi termal $k_b T$. Hal ini menunjukkan bahwa sifat partikel dalam getaran kisi menjadi lebih dominan pada frekuensi tertentu, yang ditentukan oleh temperatur ambang $\omega_{th} = (\omega_{th} / 2\pi) = (k_b T)$. Pada suhu kamar, nilai ambang ini sekitar $\omega_{th} = 6 \times 10^{12} \text{ Hz}$ atau $\omega_{th} = 4 \times 10^{13} \text{ radian per detik}$, yang berada di atas rentang frekuensi yang biasanya diteliti dengan teknik akustik.

Panjang gelombang ambang yang sesuai



dinyatakan sebagai:

$$\lambda_{th} = (2\pi v / \omega_{th})$$

Jika diketahui bahwa kecepatan rambat gelombang adalah **5000 m/s**, maka sifat partikel dari gelombang akan menjadi dominan pada suhu kamar hanya untuk panjang gelombang $\lambda \leq 10^{-9}$ m. Selain itu, gelombang dengan panjang gelombang tersebut menjadi semakin relevan dalam material dengan struktur atomik diskrit, karena jarak antar atom dalam zat padat umumnya berada dalam kisaran **1 hingga 4×10^{-10} m**. Namun, pada suhu yang sangat rendah, efek kuantum membatasi kemungkinan amplitudo gelombang, bahkan untuk gelombang dengan panjang gelombang yang lebih besar dari ukuran atom.

Tabel 1. 1. Modulus Elastik Bulk dan Kelajuan Bunyi dari beberapa jenis Zat Padat

Solid	Struktur	Jarak dgn atom tetangga r_o (Å)	Kerapatan P (kg/m ³)	Modulus elastik bulk B_s (10 ¹⁰ N/m ²)	Laju gelombang yang terukur V_o (B_s / ρ) ^{1/2} (m/s)	Laju bunyi yang teramati (m/s)
Na	B.C.C	3.71	970	0.52	2320	2250
Co	F.C.C	2.55	8960	13.4	3880	3830
Zi	H.C.P	2.66	7130	8.3	3400	3700
Al	F.C.C	2.86	2700	7.35	5200	5110
Le	F.C.C	3.49	11340	4.34	1960	1320
Ni	F.C.C	2.49	8900	19.0	4650	4970
Ge	DIAMOND	2.44	5360	7.9	3830	5400
Si	DIAMOND	2.35	2330	10.1	6600	9150
SiO ₃	HEXAGONAL	1.84	2650	5.7	4650	5720

2. Kuantitas Pada Kisi Getar

Energi dalam getaran kisi atau gelombang elastis bersifat terkuantisasi. Kuantum energi dalam gelombang elastis ini disebut fonon, yang memiliki analogi dengan foton, yaitu kuantum energi dalam gelombang elektromagnetik. Sebelum membahas lebih lanjut tentang fonon, kita dapat meninjau konsep foton terlebih dahulu. Hampir semua prinsip, seperti dualitas gelombang-partikel yang berlaku untuk foton, juga dapat diterapkan pada fonon. Dalam kristal, gelombang suara terdiri dari fonon, sementara getaran termal dalam kristal muncul akibat eksitasi termal fonon. Hal ini serupa dengan eksitasi termal foton yang terjadi dalam radiasi benda hitam elektromagnetik di dalam suatu rongga atau kotak..

$$\epsilon = nh\nu$$

Teori kuantum dimulai pada tahun 1900 ketika Max Planck menjelaskan distribusi energi kuantisasi yang teramati dalam spektrum radiasi benda hitam yang berada dalam kesetimbangan termal. Planck mengusulkan bahwa energi setiap mode osilasi medan elektromagnetik dalam suatu rongga merupakan kelipatan bilangan bulat dari $h\nu$, dengan energi satu foton diberikan oleh:

$$\epsilon = h\nu$$

Sedangkan energi dari n foton dalam mode frekuensi ν dinyatakan sebagai:

$$\epsilon = nh\nu$$

Di mana n adalah bilangan bulat positif atau nol, dan h adalah konstanta Planck yang bernilai **6,6262 ×**



10^{-27} erg-detik. Untuk kemudahan, istilah nol koma biasa **$1/2 \hbar \nu$** dihilangkan karena tidak memiliki dampak langsung terhadap perhitungan yang sedang dibahas. Secara umum, persamaan di atas dapat ditulis sebagai:

$$\epsilon = n\hbar\omega$$

Dengan **$\omega \equiv 2\pi\nu$** sebagai frekuensi sudut dan **$\hbar \equiv h/2\pi$** , yang bernilai **$1,0546 \times 10^{-27}$ erg-detik.**

Dari eksperimen difraksi, diketahui bahwa medan elektromagnetik menunjukkan banyak karakteristik gelombang. Namun, hukum distribusi energi Planck mengungkapkan bahwa energi dalam medan elektromagnetik bersifat terkuantisasi. Prinsip yang sama juga berlaku untuk gelombang elastis.

B. Fonon

Fonon dalam fisika adalah kuantum kuantum moda vibrasi pada kisi kristal tegar, seperti kisi kristal pada zat padat. Kristal dapat dibentuk dari larutan, uap, lelehan atau gabungan dari ketiganya. Pembentukan kristal sangat dipengaruhi oleh laju nukleasi dan pertumbuhan. Bila pertumbuhan lambat, kristal yang terbentuk akan cukup besar, disertai dengan penataan atom-atom atau molekul-molekul secara teratur dengan berulang sehingga sehingga energi potensialnya minimum. Fisika zat padat sangat berkaitan erat dengan kristal dan elektron di dalamnya.

Fisika zat padat mengalami kemajuan pesat setelah penemuan sinar-X dan keberhasilan dalam memodelkan susunan atom dalam kristal. Atom atau molekul dapat



membentuk kisi kristal melalui gaya tarik menarik, seperti gaya Coulomb. Kisi-kisi ini tersusun secara periodik membentuk struktur kristal. Atom-atom dalam zat padat bergetar di sekitar posisi keseimbangannya, menyebabkan kisi kristal juga mengalami getaran. Fenomena yang muncul dari kuantisasi dalam sistem fisika zat padat, tetapi memiliki energi berbeda dengan panjang gelombang lebih panjang dibandingkan gelombang elektromagnetik, dikenal sebagai fonon. Energi kuantum dari getaran dalam medan gelombang elastis dapat dianalogikan dengan foton dalam gelombang elektromagnetik.

Konsep fonon tersirat dalam teori Debye, yang memiliki peran penting dan cakupan luas. Sebagaimana telah dijelaskan, energi pada setiap mode bersifat terkuantisasi, dengan energi unit kuantumnya sebesar $\hbar\omega$. Karena mode yang dimaksud merupakan gelombang elastis, maka energi gelombang suara elastis juga mengalami kuantisasi. Prosedur ini serupa dengan proses kuantisasi energi dalam medan elektromagnetik, di mana eksistensi medan dijelaskan dengan memperkenalkan foton. Dalam konteks ini, partikel yang berfungsi sebagai pembawa energi unit dalam medan elastis pada suatu mode tertentu disebut fonon. Energi fonon tersebut adalah:

$$\epsilon = \hbar\omega$$

Fonon, sebagai gelombang berjalan, juga memiliki momentum sendiri. Dengan analogi foton dan menggunakan persamaan de Broglie, momentum fonon dinyatakan sebagai $p = h / \lambda$, di mana λ adalah panjang gelombang. Jika ditulis dalam bentuk $\lambda = 2\pi / q$, dengan q sebagai vektor gelombang, maka momentum fonon dapat dirumuskan sebagai:

$$p = \hbar q$$



Seperti halnya gelombang elektromagnetik yang dapat dianggap sebagai aliran foton, gelombang suara elastis juga dapat dipahami sebagai aliran fonon yang membawa energi dan momentum gelombang. Kecepatan pergerakan fonon sama dengan kecepatan suara dalam medium tersebut.

Jumlah fonon dalam suatu mode pada kesetimbangan termal dapat ditentukan dengan menganalisis Persamaan dibawah ini. Karena setiap fonon memiliki energi sebesar $\hbar\omega$ dan energi rata-rata fonon dalam mode diberikan oleh ϵ dalam Persamaan berikut, maka jumlah rata-rata fonon dalam mode tersebut dinyatakan sebagai:

$$n = \frac{1}{\frac{\hbar\omega}{e^{kt}-1}}$$

Jumlah fonon ini bergantung pada suhu. Pada suhu $T = 0$, jumlah fonon $n = 0$, tetapi ketika suhu meningkat, jumlahnya juga bertambah dan pada suhu tinggi mencapai nilai $n = kT / \hbar\omega$. Fenomena ini menunjukkan bahwa fonon dapat terbentuk hanya dengan meningkatkan suhu, sehingga jumlahnya dalam sistem tidak tetap. Hal ini berbeda dengan partikel fundamental seperti elektron atau proton, di mana jumlah partikel tersebut tetap dan tidak bergantung pada suhu.

Konsep fonon memiliki peran yang sangat penting dalam fisika zat padat, dan akan dibahas lebih mendalam dalam buku ini. Sebagai ilustrasi, kita akan mengeksplorasi bagaimana fonon berinteraksi dengan berbagai bentuk radiasi, seperti sinar-X, neutron, dan cahaya. Interaksi ini tidak hanya mengonfirmasi energi dan momentum fonon, tetapi juga memberikan wawasan berharga mengenai keadaan getaran dalam material padat.

1. Momentum Fonon

Sebuah fonon dengan vektor gelombang K dapat berinteraksi dengan partikel lain dan tampak seolah-olah memiliki momentum $\hbar K$. Namun, dalam kisi kristal, fonon sebenarnya tidak memiliki momentum nyata, melainkan hanya berlaku dalam konteks sistem tersebut. Meskipun demikian, dalam banyak kasus, fonon berperilaku seakan-akan memiliki momentum $\hbar K$, yang kadang-kadang disebut sebagai momentum kristal.

Dalam kristal, aturan seleksi vektor gelombang menentukan transisi kuantum yang diperbolehkan, di mana aturan ini melibatkan K . Misalnya, hamburan elastis (difraksi Bragg) dari foton sinar-X oleh kristal mengikuti aturan pemilihan vektor gelombang, yang dinyatakan sebagai:

$$k' = k + G$$

Dimana

G : vektor dalam kisi resiprokal;

k : vektor gelombang dari foton; dan

k' : vektor gelombang dari foton yang tersebar.

Dalam proses refleksi, seluruh kristal mengalami pemantulan dengan momentum sebesar $-\hbar G$, meskipun hal ini jarang diperhitungkan secara eksplisit. Dalam kisi kristal periodik, vektor gelombang yang berinteraksi tetap terkonservasi, tetapi dapat mengalami perubahan dengan penambahan vektor kisi resiprokal. Secara keseluruhan, momentum dalam sistem tetap terjaga dengan ketat.



Jika terjadi hamburan foton secara inelastis yang menghasilkan fonon dengan vektor gelombang K , maka aturan seleksi vektor gelombang akan menjadi dua.

2. Hamburan Inelastik Fonon dengan Foton

Hubungan dispersi fonon sering dianalisis melalui hamburan inelastis neutron, di mana terjadi emisi atau absorpsi fonon. Lebar sudut dari berkas neutron yang tersebar memberikan informasi mengenai waktu hidup fonon. Interaksi neutron dengan kisi kristal terjadi akibat interaksi inti atom. Proses hamburan kinematik neutron dalam kisi kristal mencerminkan aturan seleksi vektor gelombang secara umum.

$$k + G = k' \pm K$$

Dengan persyaratan konservasi energi:

K : vektor gelombang dari foton yang dilepas (+)
atau diserap (-) dalam suatu proses

G : vektor kisi resiprokal

Untuk fonon, G sama seperti k , berada di zona Brillouin pertama. Energi kinetik interaksi neutron adalah

$$\frac{p^2}{2Mn}$$

dimana Mn adalah massa neutron.

Momentum (P) diberikan oleh: $\hbar k$ dimana k adalah vektor gelombang dari neutron.

Energi kinetik dari interaksi neutron adalah:

$$\frac{h^2 k^2}{2Mn}$$

Jika k' adalah vektor gelombang dari hasil interaksi neutron, maka energinya adalah :

$$\frac{h^2 k'^2}{2Mn}$$

Persamaan konservasi energi adalah dimana $\hbar\omega$ adalah energi fonon yang dilepaskan (+) atau diserap (-) selama proses berlangsung.

$$\frac{h^2 k^2}{2Mn} = \frac{h^2 k'^2}{2Mn} \pm \hbar\omega$$

C. Gelombang Kisi

Gelombang kisi terbagi atas dua bagian yaitu kisi monoatomik dan diatomik satu dimensi dan kisi tiga dimensi.

1. Kisi Monoatomik dan Diatomik Satu Dimensi

a. Kisi Monoatomik Satu Dimensi

Dalam kajian getaran elastik pada kristal dengan sel primitif tunggal atom, penelitian difokuskan jika kita fokus pada pencarian nilai frekuensi gelombang elastik, ini melibatkan dua komponen utama yaitu vektor gelombang untuk mendeskripsikan karakteristik gelombang, dan konstanta gelombang sebagai parameter pembanding.

Pada sistem kristal kubik, kita dapat mengamati kasus getaran paling sederhana yang terjadi ketika gelombang elastis merambat dalam tiga arah spesifik: sepanjang tepi kubus [100], diagonal permukaan [110], dan diagonal ruang



[111]. Dalam kondisi ini, bidang-bidang atom bergerak dalam fase yang sama, dengan arah perpindahan yang dapat sejajar atau tegak lurus terhadap arah perambatan gelombang. Jika kita menyatakan perpindahan bidang atom ke- s dari posisi setimbangnya dengan koordinat u_s , maka permasalahan ini dapat direduksi menjadi kasus satu dimensi. Untuk setiap vektor gelombang yang diberikan, terdapat tiga mode getaran yang mungkin: satu mode longitudinal dan dua mode transversal.

Kristal diasumsikan memiliki respon elastis yang bersifat linear terhadap gaya yang bekerja padanya. Asumsi ini mengimplikasikan bahwa energi elastis dapat dinyatakan sebagai fungsi kuadrat dari perpindahan relatif antar titik dalam kristal. Dalam kondisi setimbang, komponen energi linear akan hilang. Untuk deformasi elastis kecil, komponen kubik dan komponen kompleks lainnya dapat diabaikan, meskipun komponen-komponen ini menjadi signifikan pada suhu tinggi. Kita asumsikan bahwa gaya pada bidang s dikarenakan oleh perpindahan dari bidang $s + p$ sebanding dengan perbedaan $u_{s+p} - u_s$.



Gambar 1. 2. Gaya pada Bidang S

Untuk lebih ringkas, kita hanya mempertimbangkan hanya interaksi tetangga terdekat dengan $p=\pm 1$. Total gaya pada bidang $s \pm 1$:

$$F_s = C (U_{s+1} - U_s) + C (U_{s-1} - U_s)$$

dengan :

F_s : gaya yang bekerja pada satu atom bidang kristal pada bidang ke- s

C : tetapan gaya antara bidang tetangga terdekat dan akan berbeda untuk gelombang longitudinal dan gelombang transversal.

U_s : simpangan bidang kristal yang ke

s U_{s+1} = simpangan bidang kristal yang ke

$s+1$ U_{s-1} = simpangan bidang kristal yang ke $s-1$

Persamaan yang dihasilkan memiliki karakteristik linear terhadap perpindahan dan mengikuti hukum Hooke. Gelombang elastik yang terjadi juga bersifat linear terhadap gaya yang bekerja. Hal ini berarti gaya yang bekerja pada bidang kristal ke- s berbanding lurus dengan perbedaan simpangannya. Dengan demikian, pergerakan atom pada bidang kristal ke- s dapat dideskripsikan melalui persamaan gerak tertentu yaitu:

$$m \frac{d^2 U_s}{dt^2} = c(U_{s+1} + U_{s-1} - 2U_s)$$



Dimana m adalah massa atom. Solusi dari persamaan gerak ini semua perpindahan yang bergantung waktu e^{-it} . Kemudian,

$$\frac{d^2 U_s}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} [e^{-ti\omega}] = -\omega^2 \cdot e^{-ti\omega}$$

$$U_s = e^{-ti\omega}$$

$$\frac{d^2 U_s}{dt^2} = -\omega^2 U_s$$

dan persamaan menjadi

$$-m^2 u_s = C (U_{s+1} + U_{s-1} - 2U_s)$$

Persamaan berbeda pada perpindahan u dan telah bergerak, solusi gelombang menjadi : Secara lengkap U_s dapat ditulis sebagai berikut:

$$u_{s \pm 1} = u \exp(isKa) \exp(\pm iKa)$$

Dimana

a : jarak antara bidang

K : vektor gelombang.

Nilai bergantung dengan arah K . Kemudian menjadi :

$$\omega^2 m = -C [\exp(iKa) + \exp(-iKa) - 2]$$

Karena $2 \cos Ka = \exp(iKa) + \exp(-iKa)$, kita punya hubungan dispersi (K)

$$\omega^2 = \frac{2C}{m}$$

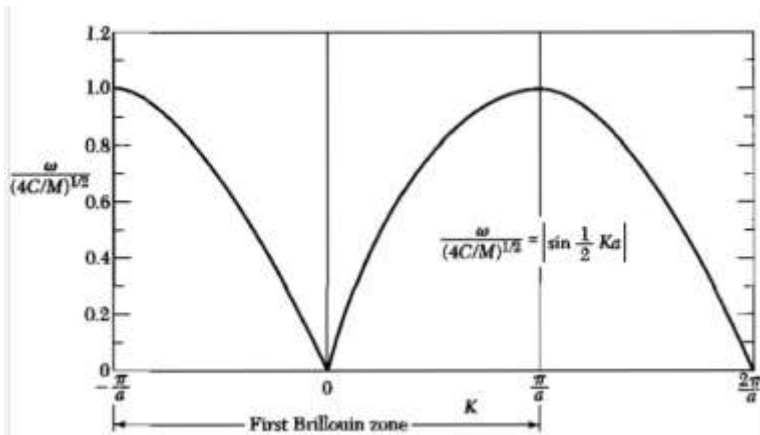
Batas zona Brillouin pertama terletak pada $K = \pm \pi/a$. Kita perhatikan dari bentuk bahwa kemiringan ω terhadap K adalah nol pada zona batas :

$$\frac{d^2}{dK} = \left(\frac{2Ca}{m} \right) \sin Ka = 0$$

$$\frac{d^2}{dK} = \left(\frac{4C}{m} \right) \sin^2 \frac{1}{2} Ka$$

$$\frac{d^2}{dK} = \left(\frac{4C}{m} \right)^{1/2} \sin \frac{1}{2} Ka$$

Plot dari ω terhadap K diberikan oleh :

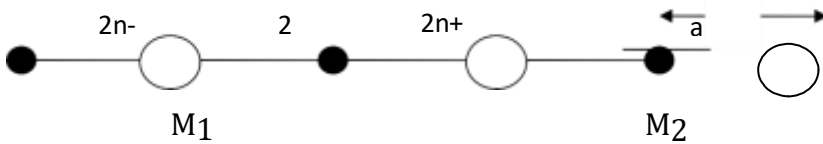


Gambar 1. 3. Plot dari ω terhadap K

Mari kita kaji kisi diatomik satu dimensi, yang memiliki karakteristik lebih kompleks dibanding kisi monoatomik. Dalam struktur ini, setiap sel satuan mengandung dua atom berbeda dengan massa M_1 dan



M2, dimana setiap atom bertetangga dipisahkan oleh jarak a . Sebagai contoh konkret, struktur ini dapat ditemukan pada kristal NaCl (garam dapur), dimana kedua massa tersebut mewakili atom natrium dan klor.



Gambar 1. 4. Kisi diatomik satu dimensi. sel satuan memiliki panjang 2

Dinamika kisi diatomik dapat dikaji menggunakan prinsip yang sama seperti kisi monoatomik. Akan tetapi, kehadiran dua jenis atom yang berbeda mengharuskan kita untuk merumuskan dua persamaan gerak yang terpisah untuk menggambarkan perilaku sistem secara menyeluruh. Berikut persamaannya:

$$M_2 \frac{d^2 U_{2n+1}}{dt^2} = -\alpha(2U_{2n+1} - U_{2n} - U_{2n+2})$$

$$M_2 \frac{d^2 U_{2n+1}}{dt^2} = -\alpha(2U_{2n+1} - U_{2n+1} - U_{2n+3})$$

Dimana n merupakan indeks integral, dengan perpindahan atom-atom yang memiliki massa M_1 diberi label genap dan atom-atom bermassa M_2 diberi label ganjil. Ketika kedua persamaan tersebut dikombinasikan untuk setiap sel dalam kristal, kita menghasilkan total $2N$ persamaan diferensial yang

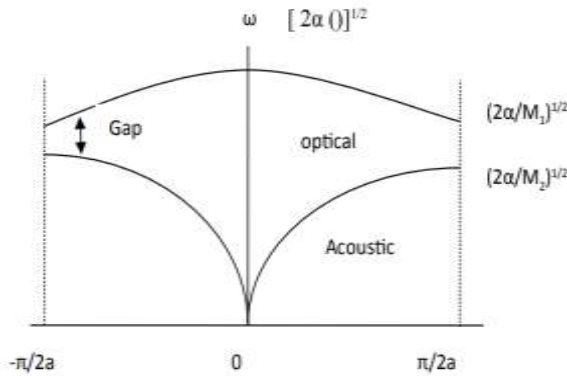
saling terkait dan harus diselesaikan secara bersamaan, dimana N mewakili jumlah sel unit dalam kisi. Untuk memperoleh solusinya, kita dapat mengadopsi pendekatan yang digunakan pada kisi monoatomik untuk menemukan mode normal kisi diatomik. Dengan demikian kita mencoba solusi dalam bentuk gelombang berjalan,

$$\begin{bmatrix} U_{2n+1} \\ U_{2n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 e^{iq \cdot X_{2n+1}} \\ A_1 e^{iq \cdot X_{2n+2}} \end{bmatrix} e^{-ti\omega}$$

Perlu diperhatikan bahwa seluruh atom dengan massa M_1 memiliki amplitudo yang sama yaitu A_1 , begitu pula atom-atom dengan massa M_2 yang memiliki amplitudo A_2 . Setelah melakukan beberapa penyederhanaan, persamaan gerak dapat dinyatakan :

$$\begin{bmatrix} 2\alpha - M_1 \omega^2 & -2\alpha \cos(qa) \\ -2\alpha \cos(qa) & 2\alpha - M_2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

Sistem persamaan ini dapat dipecah menjadi dua persamaan simultan dengan dua variabel yang belum diketahui - A_1 dan A_2 . Supaya kita bisa mendapatkan solusi yang berarti (bukan solusi trivial) untuk persamaan homogen ini, syarat yang harus dipenuhi adalah determinan matriks harus sama dengan nol. Ketika syarat ini diterapkan, kita akan memperoleh persamaan sekuler.



Gambar 1. 5. Cabang-cabang dispresion dua dari kisi diatomic $M_1 < M_2$ yang menunjukkan kesenjangan frekuensi

Ini adalah persamaan kuadrat dalam ω^2 , yang dapat diselesaikan dengan mudah. Kedua akarnya sesuai dengan dua tanda dalam persamaan sebelumnya. Oleh karena itu, terdapat dua hubungan dispersi, yang mengarah pada dua kurva dispersi atau cabang yang berkaitan dengan kisi diatomik.

Gambar 1.5 menunjukkan bahwa kurva bagian bawah, yang sesuai dengan tanda minus, merupakan cabang akustik, sedangkan kurva bagian atas adalah cabang optik. Cabang akustik dimulai dari titik $q=0$, dengan $\omega = 0$. Seiring dengan bertambahnya q , kurva awalnya meningkat secara linier (yang menjadi alasan penamaan cabang ini sebagai akustik), tetapi laju kenaikannya semakin berkurang. Akhirnya, kurva mencapai kejenuhan pada nilai $q = \pi/2a$ sebagaimana ditunjukkan oleh persamaan sebelumnya, dengan frekuensi $(2\alpha/M_2)^{1/2}$. Di sini, diasumsikan bahwa $M_1 < M_2$. Seperti untuk cabang optik, dimulai pada $q = 0$

dengan frekuensi yang terbatas

$$\omega = [2\alpha (1/M_1 + 1/M_2)]^{1/2}$$

dan kemudian menurun perlahan menjenuhkan di $q = \pi/2a$ dengan frekuensi $(2\alpha/M_2)^{1/2}$. Frekuensi cabang ini tidak berbeda jauh dengan rentang seluruh q , dan bahkan sering kali dianggap kurang lebih konstan.

Rentang frekuensi antara puncak cabang akustik dan dasar cabang optik merupakan area terlarang, di mana kisi tidak dapat mentransmisikan gelombang. Gelombang dalam wilayah ini mengalami peredaman yang sangat kuat. Fenomena ini disebut sebagai celah frekuensi. Dengan demikian, kisi diatomik berfungsi sebagai filter mekanik band-pass.

Perbedaan dinamis antara cabang akustik dan optik paling jelas terlihat ketika dibandingkan pada $q = 0$ (panjang gelombang tak terbatas). Dengan menggunakan persamaan yang ada, kita dapat menentukan rasio amplitudo A_2/A_1 . Untuk cabang akustik, dengan mensubstitusi $\omega = 0$, persamaan hanya dapat dipenuhi jika kedua atom dalam satu sel atau molekul memiliki amplitudo yang sama dan bergerak dalam fase yang sama. Artinya, molekul (dan seluruh kisi) berosilasi seperti benda kaku, dengan pusat massanya bergerak maju-mundur. Saat q meningkat, kedua atom dalam molekul tidak lagi bergerak secara identik, tetapi tetap berosilasi dengan perbedaan fase tertentu.

Di sisi lain, jika kita mengganti $\omega = [2\alpha (1/M_1 + 1/M_2)]^{1/2}$ untuk cabang optik kita menemukan bahwa $M_1A_1 + M_2A_2 = 0$.



Cabang atas disebut sebagai cabang optik karena beberapa alasan. Pertama, frekuensinya mendekati nilai $(2\alpha/M_2)^{1/2}$, yang secara khas bernilai sekitar $(2 \times 5 \times 10^3/10^{-23})^{1/2} \approx 3 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$, berdasarkan nilai khas untuk α dan M . Frekuensi ini berada dalam rentang inframerah. Selain itu, jika atom dalam kisi bermuatan, seperti pada NaCl, sel unit akan memiliki momen dipol listrik yang kuat saat berosilasi dalam mode optik. Hal ini menyebabkan refleksi dan penyerapan inframerah yang signifikan oleh kisi.

Akhirnya, perlu dicatat bahwa kurva dispersi untuk kisi diatomik memiliki sifat simetri yang sama dalam ruang q seperti yang dibahas pada kisi satu dimensi. Misalnya, gelombang dispersi bersifat periodik dengan periode π/α dan memiliki simetri refleksi terhadap $q = 0$. Perlu diperhatikan bahwa zona Brillouin pertama berada dalam rentang $/2a < q < \pi/2a$, karena periode kisi sebenarnya adalah $2a$, bukan a .

Selain itu, dengan menggunakan kondisi batas periodik, dapat ditunjukkan bahwa jumlah nilai q yang diizinkan dalam zona pertama adalah N . Akibatnya, jumlah mode dalam zona ini adalah $2N$, karena terdapat dua modemsatu akustik dan satu optik untuk setiap nilai q . Dengan demikian, jumlah mode dalam zona pertama sama dengan jumlah derajat kebebasan dalam kisi, sebagaimana seharusnya.

Hal ini menunjukkan bahwa kita hanya perlu fokus pada zona pertama saja, seperti yang juga diterapkan pada kisi monoatomik. Prosedur ini telah digunakan secara implisit dalam analisis sebelumnya.

Dalam kisi monoatomik satu dimensi yang berada dalam keadaan setimbang, setiap atom menempati posisi tetapnya. Karena adanya keterkaitan antar atom, pergerakan satu atom akan menyebabkan pergerakan simultan atom lainnya, sehingga pergerakan seluruh kisi harus dipertimbangkan secara keseluruhan.

Pada zat padat yang homogen, propagasi gelombang bidang sepanjang sumbu x dapat dinyatakan dengan persamaan:

$$U = A \exp [i(kx - \omega t)]$$

Untuk gelombang monokromatik dengan amplitudo A , vektor gelombang k , dan frekuensi sudut ω , kita mempertimbangkan susunan linier atom identik (Gambar 5.1), di mana setiap atom memiliki massa m dan jarak antaratom sebesar a .

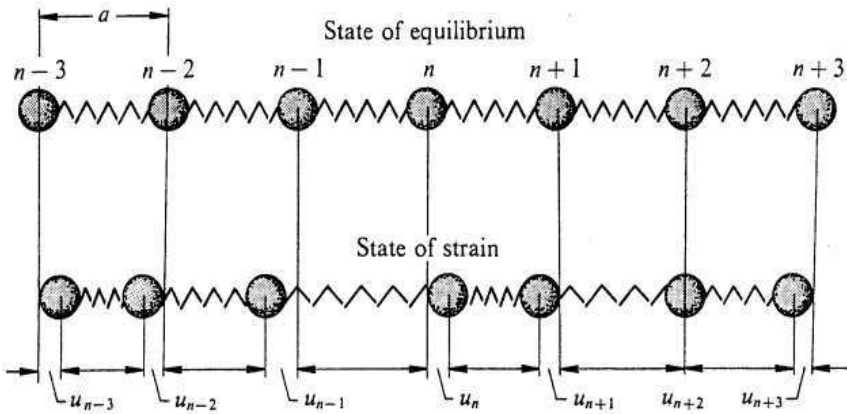
Dalam susunan atom ini, pergeseran u dari gelombang dalam Persamaan 5.4 dapat didefinisikan pada setiap posisi atom. Namun, nilai u tidak bermakna untuk posisi yang jauh di luar batas atom. Oleh karena itu, persamaan tersebut perlu disesuaikan agar lebih spesifik.

Pergeseran atom pada posisi ke- r diberikan oleh:

$$U_r = A \exp [i(kra - \omega t)]$$

Percepatan dari pergeseran ini dapat menunjukkan besar percepatan dari atom ke r adalah $(d^2U_r/dt^2) = -\omega^2 A \exp [i(kx - \omega t)] = -\omega^2 U_r$

Sehingga dari hukum kedua Newton, besar gaya pemulih akibat atom ke r haruslah



Gambar 1. 6. Atom yang saling bertetangga yang tersusun secara linier dalam keadaan seimbang dan sesudah terjadi pergeseran

Dengan pertimbangan pendekatan hukum Hooke, gaya pada atom ke r menjadi:

$$F_r = \mu (U_{r+1} - U_r) - \mu (U_r - U_{r-1})$$

$$= \mu (U_{r+1} + U_{r-1} - 2U_r)$$

$$\omega^2 = (\mu/m) [2 - (U_{r+1}/U_r) - U_{r-1}/U_r]$$

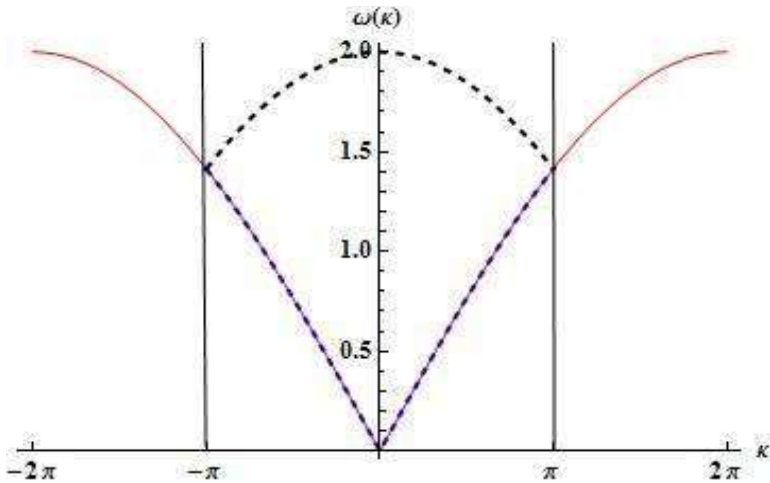
$$\omega^2 = (\mu/m) [2 - \exp(ika) - \exp(-ika)]$$

$$= 2(\mu/m) [1 - \cos(ka)]$$

$$= 4(\mu/m) \sin^2(ka/2)$$

$$\omega^2 = \pm 2(\mu/m)^{1/2} \sin(ka/2) = \pm \omega_m \sin(ka/2)$$

Tanda negatif-positif menandakan arah perambatan gelombang. Pergerakan pada setiap titik adalah periodik terhadap waktu.



Gambar 1. 7. Bentuk kurva dispersi

Gambar ini menunjukkan bentuk kurva dispersi yang sesuai dengan persamaan di atas. Grafik yang dihasilkan secara kualitatif akan tetap serupa, bahkan jika interaksi dengan atom-atom tetangga yang lebih jauh turut dipertimbangkan.

Dalam gambar, hasilnya lebih tepat jika diplot menggunakan vektor gelombang k sebagai variabel bebas dibandingkan dengan panjang gelombang λ . Untuk nilai k yang kecil, daerah ini mewakili spektrum gelombang panjang, di mana konsep kontinuitas gelombang akustik tetap berlaku.

Dalam kondisi $(ka) \ll 1$, $\sin(ka/2)$, fungsi dapat diaproksimasi sebagai $(ka/2)$, sehingga hubungan antara frekuensi sudut ω dan vektor gelombang k menjadi:

$$\omega \approx v_0 k$$

$$\omega = a(\mu/m)^{1/2}$$

Kecepatan fase (ω/k) dan kecepatan grup ($\delta\omega/\delta k$) pada gelombang panjang yang tidak



mengalami dispersi, yaitu di daerah frekuensi rendah, memiliki nilai yang sama dengan kecepatan suara biasa v_0 . Kecepatan ini, yang diberikan oleh $v_0 = a(\mu/m)^{1/2}$, sesuai dengan model gelombang panjang dan konsisten dengan Persamaan 2-1 untuk medium elastik kontinu.

Dalam konteks ini, (m/a) merepresentasikan kerapatan, sedangkan $a\mu$ berhubungan dengan modulus Bulk dalam satu dimensi. Untuk padatan dalam ruang tiga dimensi, kerapatan diberikan oleh $\rho = (m/a^3)$, sedangkan modulus B_s dinyatakan sebagai (μ/a) .

Meskipun model satu dimensi ini memiliki keterbatasan, kita dapat memperkirakan bahwa mengetahui kecepatan v_0 dari gelombang suara dalam bahan padat memungkinkan kita untuk mengestimasi nilai koefisien kekakuan antar atom dengan rumus:

$$\mu \approx m(v_0/a)^2$$

Dan selanjutnya untuk modulus Bulk ($B_s = \mu/a$) atau kompresibilitas $K = (1/B_s)$

Pendekatan untuk frekuensi rendah yang baru dibahas cocok untuk frekuensi hingga 10^{12} Hz, atau yang termasuk dalam rentang frekuensi yang biasanya dibahas dalam akustik atau ultrasonik, yang ditentukan melalui percobaan dengan teknik monokromatik. Namun, seperti yang terlihat pada gambar 2-3, semakin pendek panjang gelombang, semakin besar nilai ω , yang mencapai batas maksimum $\omega_m = 2(\mu/m)^{1/2} = (2v_0/a)$ saat $|k| = (\pi/a)$. Dalam hal ini, dapat diperkirakan bahwa kecepatan dispersi membatasi frekuensi tersebut. Ekspresi ini juga



berfungsi untuk menggambarkan hubungan antara k , kecepatan fase, dan kecepatan grup.

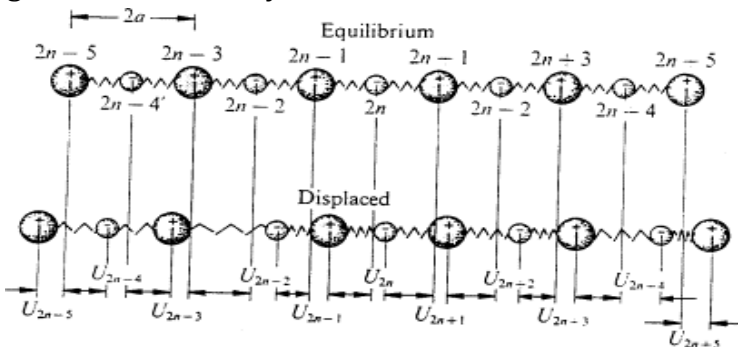
Selanjutnya, kita akan membahas hubungan dengan teori panas jenis Debye, yang kebebasannya sering dikaitkan dengan fungsi ketergantungan kecepatan terhadap vektor gelombang. Kecepatan grup mendekati nol ketika atom tetangga bergerak dalam antifase, yaitu pada nilai $k = \pm(\pi/a)$, yang berarti panjang gelombangnya $\lambda = 2a$. Ini tidak memiliki makna dalam menggambarkan perkembangan gelombang, karena perbedaan fase antara atom tetangga lebih dari 180° tidak memberikan pengaruh fisik yang signifikan pada nilai k ketika $|k| > (\pi/a)$. Seperti yang telah dibuktikan, pergeseran sekumpulan atom sesuai dengan persamaan 2-6 untuk nilai absolut k yang lebih besar dari (π/a) adalah konsisten dengan vektor gelombang k' , di mana $k' = (k + G)$, dengan G sebagai vektor resiprokal kisi. Dengan demikian, zona Brillouin pertama mencakup seluruh spektrum.

Dari penjelasan ini, dapat disimpulkan bahwa ketika sebuah gelombang berhubungan dengan batas zona Brillouin, di mana $|k| = (\pi/a)$, itu merupakan gelombang berdiri daripada gelombang transversal. Gelombang ini memiliki panjang gelombang yang sesuai untuk pantulan Bragg pada sudut 180° . Selanjutnya, kita akan mengamati situasi dua dan tiga dimensi, di mana eksitasi gelombang tidak sesuai dengan pantulan Bragg ketika vektor gelombangnya berkorespondensi dengan batas zona Brillouin. Untuk sistem lebih dari satu dimensi, gelombang dengan k yang berada di batas zona Brillouin harus memiliki



komponen kecepatan grup nol pada ruang nyata, khususnya pada arah yang tegak lurus terhadap garis atau permukaan batas zona (dalam ruang k).

Gelombang dengan frekuensi angular yang lebih besar dari $\omega_m = (2v_0/a)$ tidak dapat ditransmisikan melalui model zat padat satu dimensi kita. Berdasarkan persamaan 2-12, kita dapat melihat bahwa gelombang ini harus memiliki vektor gelombang dengan nilai kompleks. Komponen imajiner dari vektor gelombang menyebabkan adanya penguatan yang bervariasi, sehingga gelombang dengan $w > \omega_m$ terperangkap dalam rentang frekuensi terlarang dari spektrum. Konsep ini terbukti berlaku dengan baik untuk materi padat tiga dimensi nyata, namun kita perlu menggeneralisasi konsep lainnya yang telah kita gunakan sebelumnya.



Gambar 1. 8. Equilibrium

b. Kisi Diatomik Dua Dimensi

Pada kisi diatomik, sifat simetri yang sama dalam ruang q dibahas sehubungan dengan kisi satu dimensi. Misalkan kristal satu dimensi memiliki susunan atom seperti yang terlihat pada gambar 2.

Kedua atom tersebut memiliki massa atom m dan M , dengan $M > m$. Ketika gelombang longitudinal merambat melalui rangkaian atom, amplitudo yang terjadi pada kedua jenis atom tersebut akan berbeda.

$$U_{2r} = A \exp \{i(2kra - \omega t)\}$$

$$U_{2r+1} = B \exp \{i[(2r+1)ka - \omega t]\}$$

Dengan menerapkan hukum Hooke,

$$-m \omega^2 U_{2r} = m d^2 U_{2r} / dt^2 = \mu [U_{2r+1} + U_{2r-1} - 2U_{2r}]$$

$$-M \omega^2 U_{2r+1} = M (d^2 U_{2r+1} / dt^2) = \mu [U_{2r+2} + U_{2r} - 2U_{2r+1}]$$

dengan mensubstitusikan persamaan 5.13 ke persamaan 5.14 akan diperoleh:

$$-m \omega^2 A = \mu B [\exp(ika) + \exp(-ika)] - 2\mu A$$

$$-M \omega^2 B = \mu A [\exp(ika) + \exp(-ika)] - 2\mu B$$

Atau

$$A(2\mu - m \omega^2) = 2\mu B \cos(ka)$$

$$B(2\mu - M \omega^2) = 2\mu A \cos(ka)$$

Hubungan dispersi antara k dan ω dapat dituliskan:

$$(2\mu - m \omega^2)(2\mu - M \omega^2) = 4\mu^2 \cos^2(ka)$$

Sehingga:

Untuk $k > 0$, gelombang merambat ke arah kanan, sementara untuk $k < 0$, gelombang merambat ke arah kiri. Terdapat dua nilai ω untuk setiap k , yang membagi spektrum menjadi dua daerah seperti yang terlihat pada gambar 4. Cabang bawah mewakili tanda negatif, yang sering disebut sebagai cabang akustik. Pada $k = \pm(\pi/2a)$, frekuensi angular yang diperoleh adalah:

$$\omega_1 = (2\mu/M)^{1/2}$$



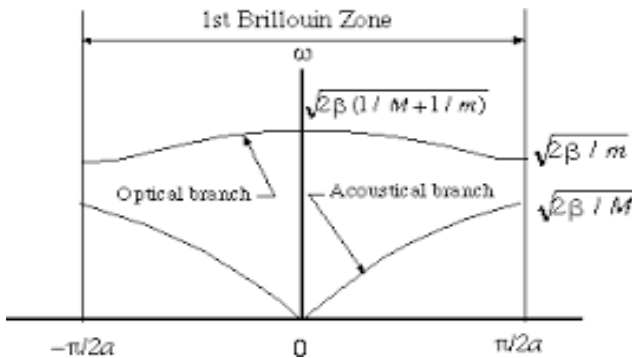
Persamaan di atas tidak dipengaruhi oleh massa atom yang lebih ringan dalam rangkaian atom. Frekuensi ini juga merupakan frekuensi maksimum pada cabang akustik tersebut. Frekuensi minimum terjadi ketika $k = 0$, di mana frekuensi akustiknya adalah 0. Hasil ini menunjukkan bahwa perbandingan amplitudo antara atom bermassa lebih besar dan atom bermassa lebih ringan selalu mendekati angka bulat. Cabang ini memberikan kondisi sebagai berikut:

Frekuensi angular : $\omega_1 = (2\mu/M)^{1/2}$

Vektor gelombang : $k = \pm(\pi/2a)$

Kecepatan fase : $(\omega/k) = (8\mu a^2/\pi^2 M)^{1/2}$

Kecepatan grup : $(d\omega/dk) = 0$



Gambar 1. 9. Grafik hubungan antara frekuensi angular dengan vector gelombang pada rangkaian diatomic

Penggunaan tanda (+) pada persamaan 5.18 menghasilkan grafik garis pelengkungan tertinggi dalam gambar 4. Garis ini biasanya disebut sebagai frekuensi cabang optis. Frekuensi maksimum dan minimum diperoleh ketika $k = 0$ dan $k = \pm(\pi/2a)$.

$$\omega_{\text{opmax}} = [2\mu(M + m)]^2 / (Mm)$$

2. Kisi Tiga Dimensi

Pada kasus tiga dimensi, untuk menggambarkan hubungan dispersi secara lengkap, diperlukan penentuan frekuensi untuk setiap titik di seluruh ruang q tiga dimensi. Hal ini biasanya dilakukan dengan memetakan kontur frekuensi dalam ruang tersebut.

D. Gelombang Elastik

Padatan terdiri dari atom-atom terpisah yang tidak diam, melainkan berosilasi di sekitar posisi setimbangnya akibat energi termal. Namun, ketika gelombang yang merambat memiliki panjang gelombang yang jauh lebih besar daripada jarak antar atom, sifat atomik dapat diabaikan, dan padatan dapat diperlakukan sebagai medium kontinu. Dalam hal ini, persoalan fisiknya berfokus pada skala makroskopik. Gelombang seperti ini disebut gelombang elastik. Perambatan gelombang elastik dapat diuji pada sampel berbentuk batang panjang. Gelombang ini terbukti merupakan gelombang longitudinal, dan perpindahan elastik pada titik x dapat digambarkan dengan $u(x)$. Zat padat terdiri dari atom-atom yang terpisah, dan jarak antar atom ini harus diperhitungkan dalam dinamika kisi. Ketika panjang gelombang sangat besar, zat padat dapat diperlakukan sebagai medium tak terhingga, dan dinamika ini disebut gelombang elastik.

Sekarang kita akan menguji perambatan gelombang elastik pada batang (gambar 1.10). Misalkan gelombang ini adalah gelombang longitudinal, di mana pada setiap titik x dalam batang terjadi perubahan panjang $u(x)$. Regangan dapat dituliskan sebagai $e =$



du/dx , yang menggambarkan perubahan panjang per satuan panjang. Tegangan (S) didefinisikan sebagai gaya per satuan luas yang bergantung pada posisi x . Berdasarkan hukum Hooke, tegangan berbanding lurus dengan regangan, yaitu $S = Y\epsilon$, di mana Y adalah konstanta elastis yang dikenal sebagai modulus Young.



Gambar 1. 10. Gelombang elastic pada batang

Untuk menguji perubahan pada batang, kita pilih sebuah bagian sepanjang dx yang mengalami perubahan, seperti yang terlihat pada gambar. Berdasarkan hukum kedua Newton, pergerakan ini dapat dituliskan sebagai

$$(\rho A' dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = [S(x + dx) - S(x)]A'$$

di mana ρ adalah massa jenis dan A' adalah luas penampang batang. Di sisi kiri persamaan ini menggambarkan (ma) , sedangkan di sisi kanan menunjukkan gaya yang dihasilkan oleh tegangan akhir, yang dituliskan sebagai $[S(x + dx) - S(x)] = \frac{\partial S}{\partial x}$

$$\sum F = m \cdot a$$

$$[S(x + dx) - S(x)]A' = (\rho A' dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} dx A' = (\rho A' dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\begin{aligned}
 Y \frac{\partial e}{\partial x} dx A' &= (\rho A' dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\
 Y \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{du}{dx} \right) dx A' &= (\rho A' dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\
 Y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx A' &= (\rho A' dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\
 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\rho}{Y} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0
 \end{aligned}$$

Yang dikenal dengan persamaan gelombang satu dimensi $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{vs} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ akan diperoleh ungkapan bagi kecepatan gelombang elastik :

$$vs = \sqrt{Y/\rho}$$

Jelas bahwa kecepatan gelombang mekanik dalam batang (secara umum pada zat padat) bergantung pada “besaran elastik” bahan tersebut, yakni modulus Young.

Persamaan $vs = \sqrt{Y/\rho}$ dapat digunakan untuk menyelesaikan modulus young. Misalnya sebuah zat padat memiliki $vs = 5 \times 10^5 \text{ cm/s}$ dan $\rho = 5 \text{ g/cm}^3$ maka akan didapatkan:

$$vs = \sqrt{Y/\rho}$$

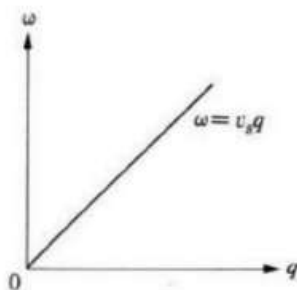
$$Y = 5 \times (5 \times 10^5)^2$$

$$Y = 1,25 \times 10^{12} \text{ g/cm s}^2$$

Gambar 1.11 menunjukkan hubungan dispersi dengan gelombang elastis. Grafik yang ditampilkan berbentuk garis lurus dengan kemiringan yang sama dengan kecepatan bunyi. Hubungan ini sebanding dengan q , sesuai dengan gelombang dari hubungan dispersi, di mana biasanya berlaku hubungan tersebut. Sebagai



contoh, gelombang optik di ruang hampa udara mengikuti hubungan $\omega = c q$, di mana c adalah kecepatan cahaya. Gelombang bunyi dalam cairan dan gas juga mengikuti hubungan dispersi yang serupa.



Gambar 1. 11. Kurva Dispersi dari Gelombang Elastis

Relasi dispersi linier, yang memiliki kecepatan suara sebagai kemiringannya, ditemukan pada beberapa jenis gelombang, seperti gelombang optik dalam vakum dan gelombang suara dalam cairan serta gas. Penyimpangan dari sifat linier ini disebut dispersi. Ketidaklinieran ini terjadi terutama karena panjang gelombang yang relatif kecil dibandingkan dengan jarak antar atom, yang akan dipelajari lebih lanjut pada getaran dalam kisi kristal.

Turunan dari hubungan linier ini sering diamati dan dikenal sebagai dispersi. Efek dari sifat diskrit kisi adalah memperkenalkan kontribusi dispersi yang signifikan ke dalam kurva dispersi. Berdasarkan gambar 1.12, semakin pendek panjang gelombang, semakin sebanding dengan jarak antar atom.

Dalam hal ini, kita menggunakan gelombang longitudinal, namun jenis analisis yang sama juga diterapkan pada gelombang transversal.

Pengenalan konstanta elastis untuk gelombang transversal sejalan dengan Modulus Young, di mana kecepatan gelombang dapat dihitung dengan persamaan $v_s = \sqrt{Y/\rho}$. Dua konstanta elastis ini dapat digunakan untuk menjelaskan perambatan gelombang elastis dalam benda padat.

Karakteristik spektrum getaran kristal padat mencakup pengaruh kondisi perambatan gelombang dalam kisi periodik, energi yang dimiliki dan panas jenis gelombang kisi, aspek partikel dari fonon, serta pengaruh ketidakharmonisan getaran antar atom.

1. Kelajuan dengan gelombang longitudinal yang merambat dalam cairan berkerapatan ρ di berikan oleh

$$V_0 = \lambda v = (B_s / \rho)^{1/2}$$

2. Getaran gelombang kisi dalam kristal adalah rangkaian yng berulang dan sisitimatik dari pergeseran atom, yang dikarakterisasikan oleh Kecepatan perambatan (v), Panjang gelombang (λ) atau vektor gelombang $|k| = (2\pi/\lambda)$, Frekuensi (ν) atau frekuensi anguler (ω) = $(2\pi\nu) = (vk)$
3. Getaran kisi mempunyai sifat dualisme seperti sifat radiasi elektromagnetik dan sifat partikel, sifat partikel disebut phonon.
4. Hukum Dulong-Petit (1869). Hukum klasik ini bekerja dengan baik untuk beberapa jenis meterial pada suhu ruangan dan di atas suhu ruangan, tetapi gagal pada suhu rendah.

$$C_v = (\delta U / \delta T)_v = 3N_A k_B = 24.94 \text{ joule / mole. Kelvin}$$



Contoh Soal

Rangkaian linier diatomic tersusun oleh atom sodium dan chlorine. Jarak kedua atom pada posisi seimbangnya adalah $2,81 \text{ \AA}$. Atom sodium memiliki massa $3,82 \times 10^{-26} \text{ kg}$ dan atom chlorine bermassa $5,89 \times 10^{-26} \text{ kg}$. anggap atom hanya berinteraksi secara elektrostatik, dengan muatan masing-masing $+e$ dan $-e$ dimana e adalah muatan dari proton. Tentukanlah frekuensi dari masing-masing cabang.

Penyelesaian

Magnitude interaksi yang terjadi adalah:

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Dimana r adalah jarak kedua atom. Kita tuliskan $r = (1/2)a + x$, dengan x adalah pergeseran atom dari posisi seimbangnya. Dari teorema binomial memberikan :

$$r^{-2} = \left(\frac{1}{2}a + x\right)^{-2} \approx \left(\frac{1}{2}a\right)^{-2} - 2\left(\frac{1}{2}a\right)^{-3}x$$

Sehingga

$$\gamma = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{2}a\right)^3} = \frac{(1,60 \times 10^{-19})^2}{4\pi \times 8,85 \times 10^{-12} (2,81 \times 10^{-10})^3} = 20,7 \text{ J/m}^2$$

Untuk cabang akustik

$$\omega_{acmin} = 0$$

$$\omega_{acmin} = \sqrt{2\gamma/M} = 2,65 \times 10^{10} \text{ rad/sec}$$



Untuk cabang optis

$$\omega_{qpmin} = \sqrt{2\gamma/M} = 3,25 \times 10^{13} \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{qpmin} = \sqrt{2\gamma/(M+m)/Mm} 4,23 \times 10^{13} \text{ rad/sec}$$



Ringkasan

1. Karakteristik spektrum getaran dari kristal padat yang mengarah pada pengaruh kondisi dari perambatan gelombang dalam kisi yang periodik, energi yang memiliki dan panas jenis dari gelombang kisi, aspek partikel dari phonon, dan pengaruh dari ketidakharmonisan getaran antar atom – atom.
2. Kelajuan dengan gelombang longitudinal yang merambat dalam cairan berkerapatan ρ di berikan oleh

$$V_0 = \lambda v = (B_s / \rho)^{1/2}$$

3. Getaran gelombang kisi dalam kristal adalah rangkaian yng berulang dan sisitimatik dari pergeseran atom, yang dikarakterisasikan oleh Kecepatan perambatan (v), Panjang gelombang (λ) atau vektor gelombang $|k| = (2\pi/\lambda)$, Frekuensi (ν) atau frekuensi anguler (ω) = $(2\pi\nu) = (vk)$
4. Getaran kisi mempunyai sifat dualisme seperti sifat radiasi elektromagnetik dan sifat partikel, sifat partikel disebut phonon.
5. Hukum Dulong-Petit (1869). Hukum klasik ini bekerja dengan baik untuk beberapa jenis meterial pada suhu ruangan dan di atas suhu ruangan, tetapi gagal pada suhu rendah.

$$C_v = (\delta U / \delta T)_v = 3N_A k_B = 24.94 \text{ joule / mole. Kelvin}$$

6. Pada zat padat yang homogen, transmisi gelombang bidang pada sumbu x dapat dituliskan dengan persamaan

$$U = A \exp [i(kx - \omega t)]$$

7. Hubungan dispersi pada rangkaian monoatomic, memenuhi persamaan:

$$\omega^2 = \pm 2(\mu/m)^{1/2} \sin(ka/2) = \pm \omega_m \sin(ka/2)$$



8. Kecepatan fase dan kecepatan grup pada rangkaian monoatomic, memenuhi persamaan dibawah ini:

$$V = \left(\frac{\omega}{k}\right) = V_0 \left[\frac{\sin(ka/2)}{(ka/2)} \right]$$

$$V_g = \left(\frac{\delta\omega}{\delta k}\right) = V_0 \cos (ka/2)$$

9. Hubungan dispersi antara k dan ω dapat dituliskan

$$\omega^2 = \mu \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm \mu \left[\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4 \sin^2(ka)}{mM} \right]^{1/2}$$

10. Untuk $k > 0$, gelombang merambat ke kanan dan untuk $k < 0$, gelombang merambat ke arah kiri, diperoleh:

Frekuensi angular : $\omega_1 = (2\mu/M)^{1/2}$

Vektor gelombang : $k = \pm(\pi/2A)$

Kecepatan fase : $\left(\frac{\omega}{k}\right) = (8\mu a^2/\pi^2 M)^{1/2}$

Kecepatan grup : $\left(\frac{d\omega}{dk}\right) = 0$

Laju : $V_0 = \left[\frac{2\mu a^2}{M+m}\right]^{1/2}$

11. Harga $k = 0$ dan $k = \pm (\pi/2a)$. Diperoleh:

Frekuensi angular : $\omega_{opmax} = \left[2\mu \frac{M+m}{Mm}\right]^{1/2}$ dan

$\omega_{opmin} = \left[\frac{2\mu}{m}\right]^{1/2}$

Vektor gelombang : $k \rightarrow 0$

Kecepatan fase : $(\omega/k) \rightarrow \infty$

Kecepatan grup : $(d\omega/dk) \rightarrow 0$ [B/A] = - [m/M]



Latihan

1. Laju bunyi pada rangkaian linier monatomic adalah $1,08 \times 10^4$ m/det. Jika massa masing-masing atom adalah $6,31 \times 10^{-26}$ kg, dan jarak posisi seimbangya adalah $4,85 \text{ \AA}$, tentukanlah:
 - a. konstanta gayanya
 - b. frekuensi anguler maksimumnya

2. Hubungan dispersi antara frekuensi anguler dengan vector gelombang pada rangkaian diatomic memenuhi:

$$\omega^2 = \mu \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm \mu \left[\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4 \sin^2(ka)}{mM} \right]^{1/2}$$

dari persamaan ini turunkanlah hingga diperoleh bahwa:

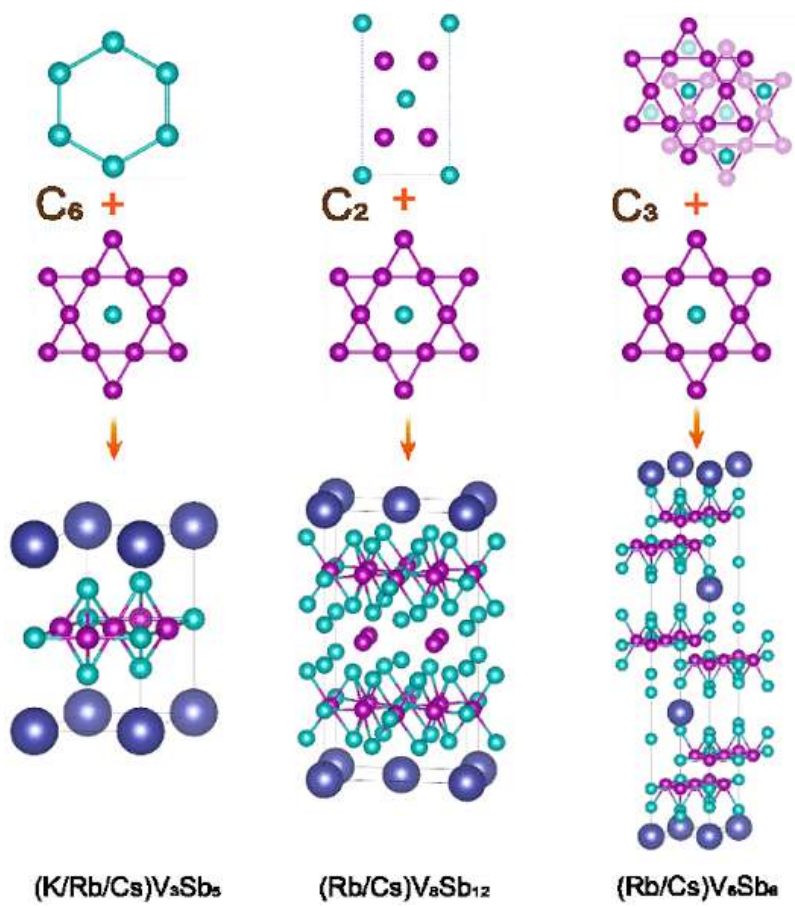
- a. frekuensi anguler akustik minimumnya adalah 0 atau $\omega_{acmin} = 0$
 - b. frekuensi anguler akustik maksimumnya adalah $\omega_{acmax} = \sqrt{2\gamma/M}$
 - c. frekuensi anguler optis minimumnya adalah $\omega_{opmin} = \sqrt{2\gamma/m}$
 - d. frekuensi anguler optis maksimumnya adalah $\omega_{opmax} = \sqrt{2\gamma/M} + m/Mm$
3. Atom dalam rangkaian monatomik memiliki jarak kisi pada posisi seimbangya $4,85 \text{ \AA}$, dan memiliki frekuensi anguler maksimumnya $4,46 \times 10^{13}$ rad/det. Jika getaran yang frekuensi angulernya $5,75 \times 10^{13}$ rad/det terjadi pada rangkaian, berapakah besar simpangannya!



4. Atom pada rangkaian linier monatomic memiliki jarak kisi pada posisi seimbangnya $4,72 \text{ \AA}$. bila massa masing-masing atom adalah $6,44 \times 10^{-25} \text{ kg}$, dan konstanta gayanya 15 N/m , tentukanlah besar energy dan momentum Kristal pada saat frekuensi sudutnya maksimum.



BAB II
KRISTAL SATU DIMENSI





PENDAHULUAN

Pada bab ini, kita akan mempelajari tentang kristal fotonik dan kristal fotonik satu dimensi. Kristal fotonik (photonic crystal, PhC) atau material photonic bandgap (PBG) adalah struktur periodik yang terbuat dari material dielektrik dengan nilai permitivitas (ϵ) atau indeks bias (n) yang bervariasi, sehingga dapat menghambat perambatan gelombang dengan frekuensi dan arah tertentu. Ketika gelombang elektromagnetik merambat melalui struktur kristal fotonik, gelombang tersebut akan terhambur akibat perbedaan indeks bias dalam struktur tersebut. Jika panjang gelombang jauh lebih besar daripada konstanta kisi kristal fotonik, struktur akan berperilaku seperti media efektif. Namun, jika panjang gelombang sebanding atau lebih kecil dari konstanta kisi PhC, akan terjadi refleksi Bragg, membentuk PBG. Disebut "kristal" karena strukturnya terdiri dari susunan blok-periodik, dan istilah "fotonik" digunakan karena kristal fotonik dirancang untuk mempengaruhi sifat propagasi foton. Untuk merancang kristal fotonik dengan cPBG atau perilaku pita tertentu, beberapa fitur dan parameter kristal harus direkayasa.

Selain itu, film multilayer kristal fotonik satu dimensi. Istilah "satu dimensi" digunakan karena fungsi dielektrik $\epsilon(z)$ bervariasi hanya sepanjang satu arah, yaitu arah z . Sistem ini terdiri dari dua lapisan bahan (biru dan hijau) dengan konstanta dielektrik yang berbeda, dan memiliki periode spasial a . Kita mengasumsikan bahwa setiap lapisan seragam dan memanjang tak terbatas sepanjang arah x dan y , serta periodisitas dalam arah z juga memanjang tak terbatas.



Mode elektromagnetik dalam kristal dapat digambarkan dengan materi yang periodik dalam arah z dan homogen dalam bidang xy . Mode-mode ini dapat diklasifikasikan menggunakan k , k_z , dan n , yang masing-masing merupakan vektor gelombang dalam bidang, vektor gelombang dalam arah z , dan jumlah band. Vektor gelombang menentukan bagaimana mode berubah dengan operator translasi, dan peningkatan jumlah band berkaitan dengan frekuensi. Mode-mode ini dapat ditulis dalam bentuk Bloch, di mana fungsi $u(z)$ bersifat periodik dengan sifat $u(z) = u(z + R)$, di mana R adalah kelipatan integral dari periode spasial a .

A. Kristal Fotonik

Kristal fotonik (photonic crystal, PhC) atau material photonic bandgap (PBG) adalah struktur periodik yang terbuat dari material dielektrik dengan nilai permitivitas (ϵ) atau indeks bias (n) yang berbeda, sehingga dapat menghambat perambatan gelombang pada frekuensi dan arah tertentu. Disebut "kristal" karena strukturnya terdiri dari susunan blok-periodik yang membentuk bangunan dasar. Istilah "fotonik" ditambahkan karena kristal fotonik dirancang untuk memengaruhi sifat propagasi foton. Untuk merancang kristal fotonik dengan cPBG atau perilaku pita tertentu, ada fitur dan parameter kristal yang perlu direkayasa.

Dimensi dari kristal fotonik ditentukan oleh periodisitas indeks bias. Kristal fotonik dapat memiliki kisi satu dimensi (1D), dua dimensi (2D), atau tiga dimensi (3D). Simetri kristal fotonik juga tergantung pada posisi blok bangunannya, yang mengatur simetri kisi tersebut. Contoh simetri tiga dimensi yang umum ditemukan dalam kisi Bravais antara lain kubik sederhana (sc), heksagonal sederhana (sh),



tubuh berpusat kubik (bcc), dan wajah berpusat kubik (fcc).

Parameter kisi merujuk pada jarak dasar yang digunakan untuk menggambarkan pemisahan antara blok bangunan hamburan. Sebagai contoh, pada kisi kubik, parameter kisi biasanya diukur sebagai panjang sisi kubus. Panjang gelombang dalam spektrum optik kristal fotonik akan sebanding dengan parameter kisi tersebut.

1. Indeks bias kontras (δ)

Indeks bias kontras (d) adalah parameter yang mengukur intensitas hamburan dalam struktur kristal. Parameter ini terdiri dari dua komponen utama dan didefinisikan sebagai perbandingan antara indeks bias material dielektrik berkonstanta tinggi (n_h) dengan indeks bias material dielektrik berkonstanta rendah (n_l). Secara matematis, indeks bias kontras dinyatakan dengan rumus $d = n_h / n_l$.

2. Topologi

Struktur pita fotonik dapat dipengaruhi oleh variasi topologi pada kisi dengan simetri tertentu. Variasi ini dapat dicapai dengan dua cara: mengubah jaringan blok bangunan (jaringan topologi) atau dengan memisahkannya (topologi cermet).

Dalam kristal fotonik, gelombang elektromagnetik akan mengalami hamburan saat merambat melalui struktur kristal akibat adanya perbedaan indeks bias. Perilaku struktur kristal fotonik bergantung pada perbandingan antara panjang gelombang dan konstanta kisi. Jika panjang gelombang jauh lebih besar dibandingkan konstanta kisi kristal fotonik, maka struktur akan berperilaku seperti media efektif. Sebaliknya, jika panjang gelombang sebanding atau lebih kecil dari konstanta kisi kristal fotonik, maka



akan terjadi refleksi Bragg yang menghasilkan pembentukan celah pita fotonik (PBG).

B. Kristal Fotonik Satu Dimensi

Kristal fotonik satu dimensi, juga dikenal sebagai film multilayer, disebut "satu dimensi" karena fungsi dielektriknya $\epsilon(z)$ hanya berubah dalam satu arah (z). Sistem ini tersusun dari dua jenis material (biru dan hijau) dengan konstanta dielektrik berbeda yang disusun dengan periode spasial a . Dalam model ini, setiap lapisan diasumsikan seragam dan memiliki dimensi tak terbatas pada arah x dan y , dengan pola berulang tak terbatas pada arah z . Mode elektromagnetik yang menjalar dalam kristal ini dapat dijelaskan melalui material yang bersifat periodik pada arah z dan homogen pada bidang xy .

Mode-mode elektromagnetik tersebut dapat dikategorikan berdasarkan tiga parameter: k (vektor gelombang dalam bidang), k_z (vektor gelombang dalam arah z), dan n (nomor pita). Vektor gelombang menunjukkan bagaimana mode berubah saat dikenai operator translasi, sementara peningkatan nomor pita berhubungan dengan peningkatan frekuensi. Mode-mode ini dapat direpresentasikan dalam bentuk Bloch, dengan fungsi $u(z)$ yang bersifat periodik sehingga $u(z) = u(z + R)$, dimana R merupakan kelipatan bilangan bulat dari periode spasial a .

1. Pembentukan PBG (*Dispersi Relation*)

Pembentukan celah pita fotonik (PBG) dapat dijelaskan melalui persamaan Maxwell yang menghasilkan nilai eigen. Hubungan dispersi diperoleh dari solusi persamaan ini, dimana nilai eigen pada vektor gelombang tertentu berhubungan dengan energi elektromagnetik, sementara fungsi eigennya



disebut sebagai moda atau modus. Celah pita fotonik terbentuk ketika tidak terdapat moda pada rentang spektrum tertentu.

Untuk menganalisis medan radiasi atau perambatan gelombang elektromagnetik dalam kristal fotonik, langkah awal yang dilakukan adalah merumuskan persamaan nilai eigen dari persamaan Maxwell. Dalam analisis ini, diasumsikan bahwa tidak terdapat muatan bebas ($\rho = 0$) dan tidak ada sumber arus listrik ($J = 0$), sehingga persamaan Maxwell dapat dituliskan dalam bentuk tertentu.

Dalam model ini, material kristal fotonik diasumsikan bukan merupakan material magnetik, sehingga permeabilitas kristal fotonik sama dengan permeabilitas ruang hampa (μ_0). Dengan demikian, hubungan tertentu berlaku antara parameter-parameter elektromagnetik.

Karena permitivitas kristal fotonik memiliki sifat periodik dalam ruang dengan $i = 1, 2, 3, \dots$ dan {vektor kisi elementer} adalah vektor kisi elementer dari kristal fotonik, maka permitivitas tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk deret Fourier dengan vektor kisi balik.

Kristal memiliki simetri translasi kontinu pada bidang xy , sehingga vektor gelombang dapat memiliki nilai berapapun pada bidang tersebut. Berbeda dengan itu, vektor gelombang k_z terbatas pada interval tertentu, yaitu zona Brillouin satu dimensi, akibat simetri translasi diskrit pada arah z . Dengan vektor kisi az , vektor kisi resiprokalnya adalah $(2\pi/a)z$, sehingga zona Brillouin berada pada interval $-\pi/a < k_z \leq \pi/a$. Terdapat tiga kondisi berbeda yang dibahas:

- a. Pada bagian kiri: setiap lapisan memiliki konstanta dielektrik yang sama, yaitu $\epsilon = 13$.
- b. Pada bagian tengah: lapisan berselang-seling



dengan konstanta dielektrik $\epsilon = 13$ dan $\epsilon = 12$.

- c. Pada bagian kanan: lapisan berselang-seling dengan konstanta dielektrik $\epsilon = 13$ dan $\epsilon = 1$.

Terdapat dua pendekatan untuk menempatkan pusat mode jenis ini. Kita dapat menempatkan node pada setiap lapisan dengan nilai ϵ rendah, seperti yang ditunjukkan pada gambar (a), atau menempatkannya pada setiap lapisan dengan nilai ϵ tinggi, seperti yang ditampilkan pada gambar (b). Mode frekuensi rendah cenderung mengkonsentrasikan energinya di area dengan nilai ϵ tinggi, sementara mode frekuensi tinggi memiliki sebagian besar energinya (meskipun tidak selalu mayoritas) di area dengan nilai ϵ rendah. Secara umum, mode tersebut memiliki konsentrasi energi yang lebih tinggi di daerah dengan $\epsilon = 13$.

2. Ukuran *Photonic Band Gap* 1 Dimensi

Ukuran Photonic Band Gap 1 Dimensi dapat dikarakterisasi oleh lebar frekuensi $\Delta\omega$. Jika kristal diperbesar dengan faktor s , maka lebar band gap akan berubah menjadi $\Delta\omega/s$. Pendekatan yang lebih baik untuk mengkarakterisasi band gap adalah dengan menggunakan rasio gap-midgap, yaitu $\Delta\omega/\omega_m$, dimana ω_m adalah frekuensi tengah gap. Rasio ini biasanya dinyatakan dalam persentase (contohnya, "gap 10%" menunjukkan rasio gap-midgap sebesar 0,1).

Keuntungan menggunakan rasio gap-midgap adalah nilainya tetap konstan meskipun sistem mengalami penskalaan ukuran. Ketika skala sistem berubah, semua frekuensi akan menyesuaikan, namun rasio gap-midgap tetap sama. Oleh karena itu, saat membahas "ukuran" gap, yang dirujuk adalah rasio gap-midgap.

Pada diagram band, frekuensi dan vektor gelombang diplot dalam satuan tak berdimensi $\omega a/2\pi c$ dan $ka/2\pi$. Frekuensi tak berdimensi ini setara dengan a/λ , dimana λ adalah panjang gelombang di ruang hampa ($\lambda = 2\pi c/\omega$). Mode yang terkait dengan band gap terendah ditunjukkan dalam struktur pita pada gambar paling kanan (gambar 2), pada $k = \pi/a$. Keadaan ini mirip dengan gambar sebelumnya, tetapi dengan kontras dielektrik yang lebih besar. Daerah biru dan hijau memiliki konstanta dielektrik $\epsilon = 13$ dan $\epsilon = 1$.



LATIHAN

PILIHAN GANDA

1. Hal-hal berikut adalah mengenai struktur kristal kubik
 - a. Termasuk diantaranya struktur sc, bc, dan fcc
 - b. Untuk sc dapat diisikan atom hanya pada sudut-sudut kubus
 - c. Bilangan koordinasi kristal berstruktur sc adalah 6

Jawaban yang benar adalah

- a. a dan b
 - b. a dan c
 - c. b dan c
 - d. a,b dan c benar
2. Jika suatu struktur diisi oleh atom-atom yang saling bersinggungan di sepanjang sisi kubus maka jari-jari atom nya adalah
 - a. $r=a$
 - b. $r= \frac{1}{2} a$
 - c. $r=\frac{1}{4}a\sqrt{2}$
 - d. $r= \frac{1}{4} a^3$
3. molekul cesium clorida memiliki struktur kristal ...
 - a. Sc
 - b. Bcc
 - c. Fcc
 - d. Hcp
4. Difraksi sinar x dapat digunakan untuk menentukan struktur kristal, karena....



- a. Intensitas sinar-x sangat tinggi
 - b. Panjang gelombang sinar-x dalam jarak separasi antar kisi dan kristal
 - c. Sinar-x bersifat monokromatis
 - d. Sinar -x mudah diserap oleh bahan
5. Pernyataan berikut yang memenuhi hukum bragg adalah ...
- a. Prinsip inferensi gelombang
 - b. Hukum bragg berlaku untuk semua struktur kristal
 - c. Sudut hambur berharga sama dengan sudut jauh
 - d. Untuk semua bentuk kristal dapat dihitung
6. Intensitas sinar-x yang dapat direkam oleh film foto bergantung pada
- a. Hamburan atom dalam bahahn
 - b. Faktor lorentz
 - c. Panjang gelombang yang digunakan
 - d. Berkas sinar yang menguatkan
7. Besarnya faktor lorentz pada bidang 111 dengan sudut 45 derajat adalah...
- a. 0
 - b. $\frac{1}{2}$
 - c. 1
 - d. 2
8. Proses hamburan sinar -x dalam kristal zat padat terjadi melalui mekanisme....
- a. Emisis gelombang EM hasil dari getaran elektrin-elektron dalam hasil atom tumbukan dengan sinar 0x



- b. Serapan gelombang EM akibat getaran elektron-elektron dalam atom hasil tumbukan dengan sinar-x
 - c. Efek termal yang disebabkan oleh panas dari luar
 - d. Vibrasi atom-atom dalam molekul
9. Besarnya faktor hamburan oleh atom pada bidang 111 untuk kristal yang berbentuk kubus dengan sudut 30° dan berpanjang gelombang 1,600 Å adalah...
- a. 0,2395
 - b. 0,3115
 - c. 0,3125
 - d. 0,375
10. Vektor kisi resiprok memiliki sifat-sifat berikut
- a. Pola difraksi kital tidak lain merupakan pemetaan dari kisi resiprok suatu kristal
 - b. Vektor dalam kisi resiprok mempunyai dimensi 1/panjang
 - c. Set vektor-vektor lattice menentukan kemungkinan arah pantulan sinar-x.
 - d. Set vektor-vektor lattice menentukan kemungkinan arah pantulan sinar-y
11. Jawaban manakah yang benar mengenai vektor kisi balik tersebut adalah...
- a. a dan b
 - b. a dan c
 - c. b dan c
 - d. a,b dan c



ESSAY

1. Kisi kristal dapat dipetakan ke dalam dirinya sendiri oleh simetri translasi kisi, pencerminan dan rotasi di sekitar suatu sumbu. Kisi kristal memiliki simetri rotasi derajat-1, 2, 3, 4 dan 6 atau 2π ; $2\pi/2$; $2\pi/3$; $2\pi/4$; dan $2\pi/6$. Tetapi, misalnya, kisi kristal tidak memiliki simetri rotasi $2\pi/5$ karena tidak memungkinkan untuk mengisi seluruh ruang secara periodik dengan bentuk bangun pentagon. Tunjukkan bahwa kisi dua dimensi tidak mempunyai simetri putar $2\pi/5$!
2. Buktikan bahwa struktur HCP memiliki rasio sumbu $c/a=632=1,633$!
3. Diketahui padatan Al berstruktur FCC dengan $a=4,04 \text{ \AA}$ dan berat atom 26,98 sma. Hitunglah massa jenisnya!
4. Kristal Cu mempunyai struktur FCC dengan jari-jari atom $1,278 \text{ \AA}$. Berapakah kerapatan atom yang terdapat pada bidang (100)?
5. Sama dengan soal 08), tetapi untuk kristal Fe yang berstruktur BCC dengan konstanta kisi $2,86 \text{ \AA}$!
6. Pada suhu 1190 K besi memiliki struktur FCC dengan parameter kisi $a=3,647 \text{ \AA}$; dan pada suhu 1670 K berstruktur BCC dengan $a=2,932 \text{ \AA}$. Jika berat atom besi adalah 55,85 sma, maka tentukan kerapatan massa pada masing-masing suhu tersebut!
7. Buktikan bahwa dalam koordinat Kartesis bidang yang memberikan vektor arah yang tegak lurus bidang tersebut.



BAB III MODEL EINSTEIN

$\eta = \eta^e = \frac{p}{T}$ $\eta \rightarrow \eta^e = \frac{1}{T} \left(\frac{p}{\rho} \right)_{T=0} = \frac{p}{T}$ $pV = nRT$

$m_0 du + u^2 dm = c^2 dm$ $\Delta T_v = -\frac{1}{2c^2} \sum_{i=1}^N v_i^2 \Delta T_i$

$K = \int (m_0 u^2) dm$ $E = mc^2$ $mc^2 - m_0 c^2$

$D = \mu k_B T$ $u = \frac{c-v}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$

$\Delta M = \frac{\Delta E_0}{c^2}$ **Einstein's formula** $x = x_0 (1 - [v^2/c^2])^{1/2}$

$\frac{c-v}{1 - \frac{cv}{c^2}}$ $\frac{(c-v)c}{(c+v)} = c$

$m^2 c^2 - m^2 u^2 = m_0^2 c^2$ $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $K = \int F dx$

$P = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ $F = d(mu)/dt$ $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dt} + (v/c) \frac{d}{dx}$ $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ $pV = \frac{N}{\beta} kT$

$m = m_0 / [(1 - (v^2/c^2))]^{1/2}$ $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma m_0 c^2 = \frac{K}{\gamma} + m_0 c^2$



PENDAHULUAN

Teorema ekuipartisi yang dibahas dalam bab ini mengasumsikan bahwa setiap atom dapat direpresentasikan sebagai osilator harmonik klasik. Namun, pada suhu rendah, asumsi ini menyebabkan perbedaan antara kapasitas panas yang diprediksi oleh hukum Dulong-Petit dengan kapasitas panas hasil pengamatan. Dari perspektif mekanika kuantum, kita mengetahui bahwa perilaku osilator harmonik berbeda secara signifikan, terutama pada tingkat energi rendah. Einstein mengusulkan pendekatan dengan memandang setiap atom sebagai osilator harmonik kuantum yang independen.

Menurut Einstein, atom-atom dalam kristal bergetar secara bebas satu sama lain di sekitar titik kesetimbangannya. Getaran atom ini diasumsikan sebagai gerak harmonik sederhana dengan frekuensi yang sama. Dengan demikian, dalam zat padat yang mengandung N atom, terdapat $3N$ osilator harmonik yang bergetar secara bebas pada frekuensi yang sama.

Model padatan Einstein adalah representasi kristal padat yang terdiri dari sejumlah besar osilator harmonik kuantum tiga dimensi yang independen dengan frekuensi yang seragam. Asumsi independensi ini kemudian dimodifikasi dalam model Debye. Meskipun model ini memberikan kesesuaian kualitatif dengan data eksperimen, terutama pada batas suhu tinggi, osilasi yang terjadi sebenarnya adalah fonon atau mode kolektif yang melibatkan banyak atom. Einstein menyadari bahwa menentukan frekuensi osilasi yang sebenarnya adalah hal yang sulit,



namun ia tetap mengajukan teori ini karena model tersebut dengan jelas menunjukkan bagaimana mekanika kuantum dapat menyelesaikan masalah kapasitas panas spesifik yang tidak dapat dijelaskan oleh mekanika klasik.

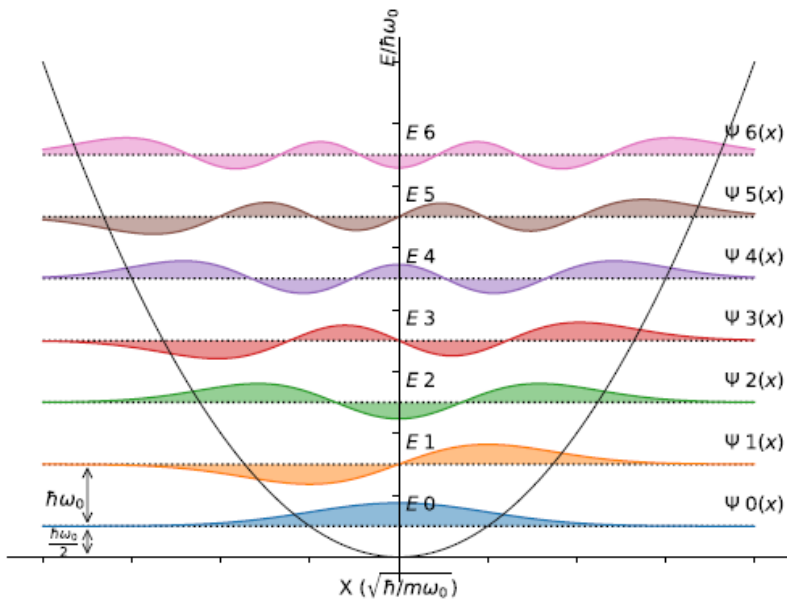
A. Getaran Kisi Model Einstein

Model Einstein untuk getaran kisi membahas keterbatasan teori klasik dalam menjelaskan kapasitas panas pada suhu rendah. Menurut teorema ekuipartisi klasik, atom diperlakukan sebagai osilator harmonik klasik, namun pendekatan ini menghasilkan prediksi kapasitas panas (hukum Dulong-Petit) yang tidak sesuai dengan hasil eksperimen pada suhu rendah. Mekanika kuantum menunjukkan bahwa osilator harmonik berperilaku berbeda dari model klasik, khususnya pada energi rendah.

Einstein mengusulkan untuk memodelkan atom sebagai osilator harmonik kuantum yang tidak saling berinteraksi, dengan asumsi tambahan bahwa semua atom dalam kisi berosilasi pada frekuensi yang identik. Secara ringkas, model Einstein didasarkan pada dua asumsi utama:

- Atom berperilaku sebagai osilator harmonik kuantum independen
- Semua atom memiliki frekuensi osilasi yang sama

Untuk penyederhanaan, analisis dilakukan pada osilator harmonik kuantum satu dimensi. Pendekatan ini valid karena Hamiltonian osilator harmonik tiga dimensi dapat diuraikan menjadi tiga osilator satu dimensi independen. Model ini memerlukan pemahaman tentang spektrum energi dan fungsi gelombang osilator harmonik kuantum..



Gambar 3. 1. Spektrum dan fungsi gelombang dari osilator harmonik kuantum 1D

Jadi osilator harmonik kuantum memiliki tingkat energi diskrit dengan energy.

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0$$

di mana adalah frekuensi eigen dari osilator. Osilator ini adalah *mode bosonik* minimal : ketika fungsi gelombangnya berada di -keadaan tereksitasi, kami mengatakan bahwa itu ditempati oleh eksitasi bosonik. Pada suhu jumlah pekerjaan rata-rata mematuhi distribusi Bose-Einstein:

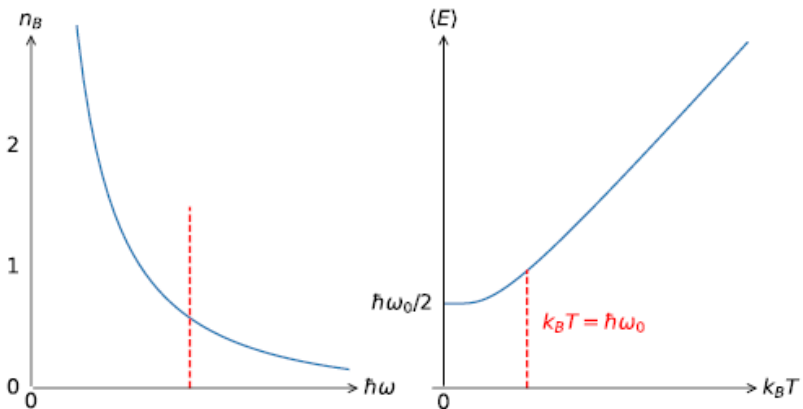


$$n_B(\omega, T) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}.$$

Mengganti ke dalam, ekspresi untuk energi osilator, kita memperoleh nilai harapan dari energi yang tersimpan dalam osilator pada suhu —energi *termal* :

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &= \frac{1}{2} \hbar\omega_0 + \hbar\omega_0 \langle n \rangle \\ &= \frac{1}{2} \hbar\omega_0 + \frac{\hbar\omega_0}{e^{\hbar\omega_0/k_B T} - 1}\end{aligned}$$

Plot distribusi Bose-Einstein dan nilai energi yang diharapkan ditunjukkan di bawah ini.



Gambar 3. 2. Plot distribusi Bose-Einstein dan nilai energi

Plot kiri menunjukkan distribusi Bose-Einstein sebagai fungsi energi $\hbar\omega$, dan ini menunjukkan bahwa semakin rendah frekuensi osilator, semakin tinggi angka okupasinya.

Plot kanan menunjukkan nilai yang diharapkan dari energi sebagai fungsi dari suhu. Untuk tinggi T , $\langle E \rangle$, linier dalam T : sama dengan energi osilator harmonik klasik. Untuk rendah T , fluktuasi termal tidak memiliki energi yang cukup untuk menggairahkan gerakan vibrasi dan oleh karena itu semua atom menempati keadaan dasar ($n=0$). Karenanya $\langle E \rangle$, konvergen menuju nilai konstan $\hbar\omega/2$ —energi *titik nol*. Karena energi dalam osilator menjadi kira-kira konstan ketika $\ll \hbar\omega$, kita sudah melihat bahwa kapasitas panas turun dengan penurunan suhu.

Setelah menemukan ekspresi untuk $\langle E \rangle$ sebagai fungsi dari T , kita sekarang menghitung kapasitas panas per osilator harmonik secara eksplisit dengan menggunakan definisinya:

$$\begin{aligned} C &\equiv \frac{d\langle E \rangle}{dT} \\ &= - \frac{\hbar\omega_b}{(e^{\hbar\omega_b/k_B T} - 1)^2} \frac{d}{dT} (e^{\hbar\omega_b/k_B T} - 1) \\ &= \frac{\hbar^2 \omega_b^2}{k_B T^2} \frac{e^{\hbar\omega_b/k_B T}}{(e^{\hbar\omega_b/k_B T} - 1)^2} \\ &= k_B \left(\frac{\hbar\omega_b}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{\hbar\omega_b/k_B T}}{(e^{\hbar\omega_b/k_B T} - 1)^2} \end{aligned}$$

Kita dapat menulis ulang persamaan ini menjadi

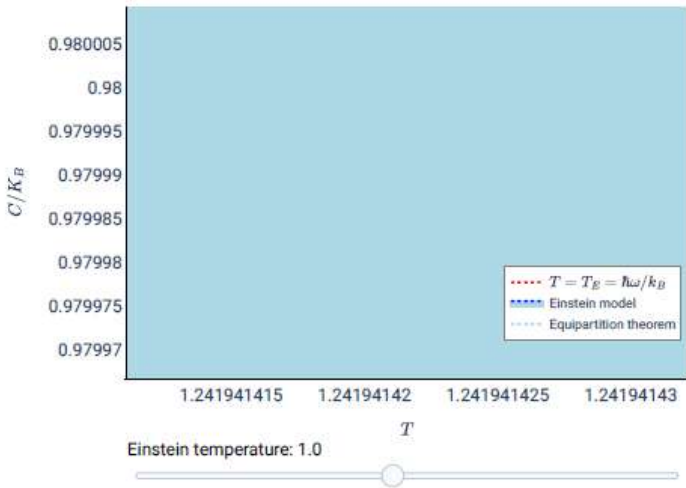
$$C = k_B \left(\frac{T_E}{T} \right)^2 \frac{e^{T_E/T}}{(e^{T_E/T} - 1)^2},$$

di mana kami memperkenalkan *suhu Einstein* $T_E = \hbar\omega/K_b$



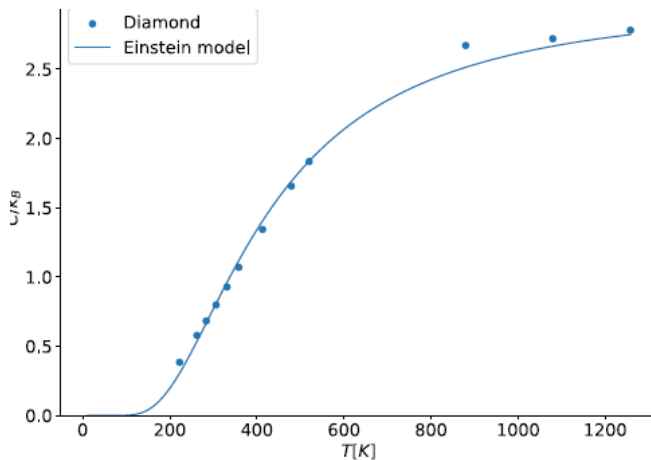
Suhu Einstein T_E merupakan parameter karakteristik yang menandai titik di mana eksitasi termal osilator harmonik kuantum mulai "membeku". Pada suhu ini atau di bawahnya, energi termal yang tersedia tidak mencukupi untuk mengeksitasi osilator harmonik ke level energi di atas keadaan dasarnya. Konsekuensinya, suhu Einstein juga menandai skala suhu di mana kapasitas panas material padat dalam model Einstein mulai mengalami penurunan yang signifikan.

Mengingat bahwa atom-atom dalam berbagai material memiliki frekuensi eigen yang berbeda-beda, suhu Einstein bukanlah nilai universal tetapi merupakan parameter yang spesifik untuk setiap material. Grafik yang disebut dalam teks mengilustrasikan bagaimana hubungan antara kapasitas panas dan suhu berubah seiring dengan perubahan nilai suhu Einstein T_E .



Gambar 3. 3. Plot ketergantungan suhu dari kapasitas panas berubah dengan T_E

Ketika membandingkan prediksi model Einstein dengan hasil pengukuran eksperimental, kita dapat melihat tingkat kesesuaiannya. Grafik yang dirujuk menampilkan perbandingan antara kapasitas panas berlian yang diprediksi oleh model Einstein dengan hasil pengukuran eksperimental. Pengamatan terhadap perbandingan ini menunjukkan adanya kecocokan yang sangat baik antara prediksi teoretis model Einstein dan data eksperimental untuk material berlian.



Gambar 3. 4. Kecocokan model Einstein dengan data eksperimen

Sejumlah panas (ΔQ) yang diperlukan per mol zat untuk menaikkan suhunya disebut kapasitas kalor. Bila kenaikan suhu zat ΔT , maka kapasitas panas adalah :

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Dalam kondisi volume konstan, ketika zat menyerap panas, seluruh energi panas tersebut digunakan untuk meningkatkan energi dalam zat tersebut. Dengan demikian:

$$\Delta Q = \Delta E$$



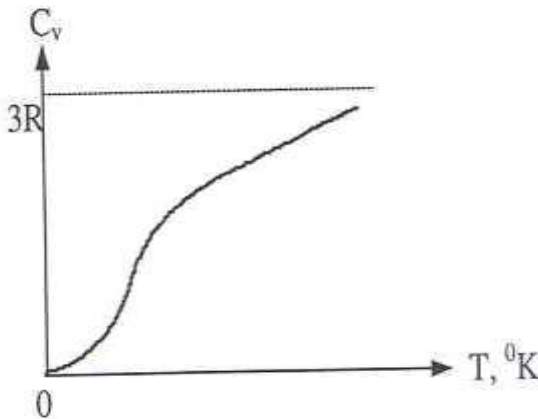
E menyatakan energi dalam.

Kapasitas kalor pada volume tetap (C_v) dapat dinyatakan:

$$C_v = \left(\frac{\Delta E}{\Delta T} \right)_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v$$

Kapasitas panas zat pada suhu tinggi mendekati nilai $3R$; R menyatakan tetapan gas umum. Karena $R \cong 2$ kalori/K-mol, maka pada suhu tinggi kapasitas panas zat padat :

$$C_v \cong \frac{6 \text{ kalori}}{K} - \text{mol}$$



Gambar 3. 5. Kebergantungan kapasitas panas zat padat pada suhu

➤ **Kisi Monoatomik Satu-Dimensi**

Pada vibrasi benda padat kontinu, persamaan disperse gelombang di berikan oleh:

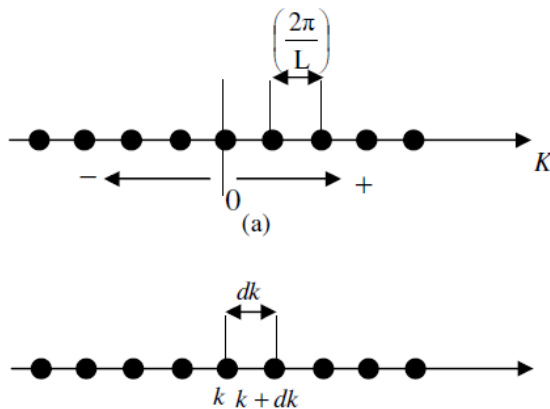
$$\omega = v \cdot K$$

Dengan turunan v adalah kecepatan dan K adalah vector gelombang. Turunan pertamanya adalah

$$\frac{dK}{d\omega}$$

Dalam fenomena dispersi gelombang satu dimensi, bilangan gelombang pada batang dengan panjang L memiliki nilai-nilai diskrit. Bila dinyatakan dalam ruang- k , nilai bilangan gelombang tersebut dapat direpresentasikan sebagai $K=(2\pi/L)n$, di mana n adalah bilangan bulat yang mengindikasikan ragam atau moda gelombang.

Ketika panjang batang L semakin besar, jarak antar bilangan gelombang yang ditunjukkan oleh $2\pi/L$ akan semakin kecil mendekati nol. Akibatnya, titik-titik dalam ruang- k menjadi semakin rapat satu sama lain, sehingga ruang- k cenderung menjadi kontinu atau "malar" seperti terlihat pada gambar berikut:



Gambar 3. 6. Ruang $-k$ satu dimensi : (a) diskret dan (b) malar.

Berdasarkan Gambar 3.6 dapat didefinisikan jumlah ragam gelombang elastic mempunyai bilangan gelombang antara k dan $k+dk$ (dalam interval dk) adalah :



$$\frac{dK}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)} = \left(\frac{2\pi}{L}\right) dK$$

Jumlah ragam gelombang untuk setiap satuan volume disebut *rapat keadaan* atau $g(k)dK$ atau frekuensi sudut $g(\omega)d\omega$, sehingga persamaannya menjadi:

$$g(k)dK = \frac{L}{2\pi} dK$$

Persamaan (9) jika dipandang dalam bentuk satu dimensi maka rapat keadaan akan memenuhi :

$$g(\omega)d\omega = g(k)dK$$

$$g(\omega) = g(k) \frac{dK}{d(\omega)}$$

$dK / d\omega$ pada persamaan (10) disubstitusikan kedalam bentuk persamaan menjadi :

$$g(\omega) = g(k) \frac{1}{v}$$

Karena gerak rambat gelombang bisa ke kiri dan ke kanan, maka fungsi tersebut menjadi L/p , sehingga persamaan diatas menjadi :

$$g(\omega) = \frac{L}{\pi v}$$

Menurut model Debye dengan model medium kontinu harga E memenuhi :

$$E = \int \bar{\epsilon}(\omega) \frac{L}{\pi v} d\omega$$

Pada vibrasi harmonik kristal atom monoatomik satu dimensi, nilai frekuensi sudut ω memenuhi persamaan :

$$\omega = \left[\frac{2c}{m} (1 - \cos Ka) \right]^{-1/2}$$

dengan c merupakan konstanta gaya antara bidang tetangga terdekat, m adalah massa atom, dan a adalah jarak antar bidang [2]. Persamaan (14) dapat juga ditulis sebagai berikut :

$$\omega = 2 \sqrt{\frac{c}{m}} \sin \frac{Ka}{2}$$

di mana $2 c / m$ [7] dapat dinyatakan dengan ω_g sehingga persamaan (15) dapat ditulis :

$$\omega = \omega_g \sin \frac{Ka}{2}$$

Nilai ω_g yang diberikan secara umum adalah sekitar 10^{13} rad s⁻¹. Dalam kajian satu dimensi, sekarang harga $g(w)$ yang diberikan adalah :

$$g(\omega) = \frac{L}{\pi a \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}}$$

Nilai w menurut Debye bernilai 0 sampai ω_D yang dapat diperoleh dari

$$N = \int_0^{\omega_D} g(\omega) d\omega$$

Atau

$$N = \int \frac{2L}{\pi a \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}} d\omega$$

dengan nilai $L=Na$ (dalam satu dimensi),



sehingga persamaan (19) menjadi :

$$1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}} d\omega$$

Untuk mencari frekuensi Debye ω_D dapat dihitung dengan cara mencari akar persamaan berikut ini :

$$f(\omega_D) = 1 - \int_0^{\omega_D} \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}} d\omega$$

Pada persamaan Debye berdimensi satu dijabarkan dalam persamaan (4) dengan mensubstitusikan semua variabel fungsinya sehingga persamaan energi untuk sebuah atom yang terbentuk adalah :

$$E = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_D} \left(\frac{1}{2} \hbar \omega + \frac{1}{e^{\hbar \omega / k_B T} - 1} \right) \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}} d\omega$$

Persamaan ini secara umum sulit untuk mencari solusinya secara analitik kecuali hanya dapat diselesaikan dengan integrasi numerik.

1. Model Teori Klasik

Dalam teori fisika klasik, pergerakan vibrasi atom-atom dalam material padat direpresentasikan menggunakan model osilator harmonik. Model osilator harmonik ini dapat divisualisasikan secara makroskopik sebagai sistem sederhana yang terdiri

dari suatu benda bermassa m yang terhubung pada pegas dengan konstanta elastisitas C . Analogi ini membantu menggambarkan bagaimana atom-atom dalam zat padat bergetar pada posisi kesetimbangannya.

Untuk osilator harmonik satu-dimensi, energinya dapat dirumuskan :

$$\varepsilon = \text{energi kinetik} + \text{energi potensial}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}cx^2$$

$$\varepsilon = \frac{m}{2}(v^2 + \omega^2 x^2)$$

dengan v laju getaran osilator, x simpangan osilator
 ω frekuensi sudut getaran osilator $\left(= \sqrt{\frac{c}{m}} \right)$.

Untuk osilator harmonik satu dimensi yang mempunyai dua derajat bebas mempunyai energi rata-rata :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = kT \quad |$$

Selanjutnya, karena atom-atom dalam kristal membentuk susunan tiga-dimensi, maka untuk satu mol osilator harmonik tiga-dimensi, energi dalamnya :

$$E = 3N_A \bar{\varepsilon} = 3N_A kT = 3RT$$

Dengan demikian kapasitas kalornya :

$$C_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v = 3R$$

dari hasil (2.42) ini terlihat bahwa menurut model fisika klasik, kapasitas panas zat padat tidak bergantung suhu dan berharga $3R$. Hal ini sesuai



dengan hukum Dulong-Petit yang hanya berlaku untuk suhu tinggi. Sedangkan untuk suhu rendah jelas teori ini tidak berlaku.

2. Model Einstein

Berdasarkan Max Planck dalam menjelaskan radiasi benda hitam melalui konsep kuantisasi energi, Einstein menerapkan prinsip serupa untuk menganalisis hubungan antara panas jenis dan suhu pada zat padat. Einstein menggambarkan gelombang elastis dalam material padat sebagai fonon, yang merupakan padanan konseptual dari foton dalam radiasi elektromagnetik. Pendekatan kuantum ini memungkinkan Einstein menjelaskan fenomena panas jenis yang tidak dapat diterangkan oleh fisika klasik.. Secara kuantum energi suatu keadaan (osilator) adalah diungkapkan sebagai :

$$E_n = n\hbar\omega; \quad n = 0, 1, 2$$

Dan probabilitas keadaan ke n adalah :

$$g_n = \exp\left[-\frac{E_n}{k_0 T}\right]$$

Energi rata-rata sesuai dengan osilator dalam kesetimbangan termalnya, adalah :

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{-\left(\frac{E_n}{k_0 T}\right)}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\left(\frac{E_n}{k_0 T}\right)}}$$

Dengan mengingat bentuk penjumlahan untuk $x < 1$ berlaku hubungan

$$\sum_n x^n = \frac{1}{1-x} ;$$

$$\sum_n nx^n = x \frac{d}{dx} \sum_n x^n = \frac{x}{(1-x)^2}$$

maka Persamaan (4-6) dapat dievaluasi, dan hasilnya adalah

$$\langle E \rangle = \hbar \omega \left[e^{\left(\frac{\hbar \omega}{k_B T} \right)} - 1 \right]^{-1}$$

Dalam penyederhanaan modelnya, Einstein mengasumsikan bahwa N atom memiliki 3N moda vibrasi, dan setiap moda tersebut beroperasi pada frekuensi sudut yang identik, yakni ω . Konsekuensinya, setiap moda vibrasi mengandung jumlah energi yang sama.

Model Einstein ini memandang atom-atom sebagai osilator harmonis yang bergerak secara independen, di mana getaran satu atom tidak dipengaruhi oleh getaran atom-atom lain di sekitarnya. Energi osilator dirumuskan secara kuantum (berdasarkan teori kuantum) yang berharga diskrit :

$$E_n = n \hbar \omega$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Model ini mengasumsikan bahwa atom-atom berperilaku sebagai osilator independen yang bervibrasi tanpa adanya interaksi dengan osilator-osilator lainnya yang berada di sekitarnya. Energi osilator dirumuskan secara kuantum (berdasarkan



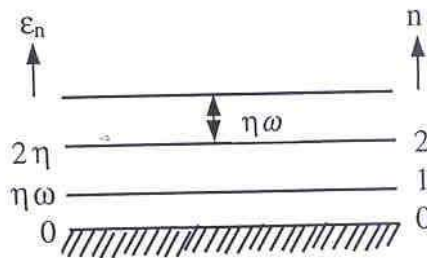
teori kuantum) yang berharga diskrit :

$$\varepsilon_n = n\hbar\omega$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Pada tingkat dasar $n = 0$, energi osilator $\varepsilon_0 = 0$.

Tingkat berikutnya $n = 1, 2$ dan seterusnya. Perbedaan energi antar tingkat adalah $\hbar\omega$; lihat gambar 2.12.



Gambar 3. 7. Spektrum energi osilator satu dimensi menurut teori kuantum.

Pada keseimbangan termal, energi rata-rata osilator dinyatakan oleh :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \exp\left(-\frac{\varepsilon_n}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{\varepsilon_n}{kT}\right)}$$

faktor (bobot) Boltzmann $\exp(-\varepsilon_n/kT)$ menyatakan kebolehjadian keadaan berenergi ε_n terdapat. Persamaan (2.44) dalam bentuk deret tersebut ekuivalen dengan ungkapan :

$$\bar{\epsilon} = \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}$$

Selanjutnya, untuk satu mol osilator tiga-dimensi memiliki energi dalam :

$$E = 3N_A \bar{\epsilon} = 3N_A \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}$$

Sehingga kapasitas kalornya:

$$\begin{aligned} C_v &= \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right), \\ &= 3R \left(\frac{\hbar \omega}{kT} \right)^2 \frac{e^{\hbar \omega / kT}}{(e^{\hbar \omega / kT} - 1)^2} \end{aligned}$$

Dalam model Einstein frekuensi osilator ω biasa ditulis ω_E yang disebut frekuensi_Einstein. Untuk menyederhana persamaan (2.46) didefinisikan suhu Einstein (θ_E) menurut :

$$k\theta_E = \hbar \omega_E$$

dan persamaan (2.46) tereduksi menjadi :

$$C_v = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\theta_E / T}}{(e^{\theta_E / T} - 1)^2}$$

Pada suhu tinggi ($T \gg \theta_E$), maka nilai (θ_E/T) berharga kecil; sehingga $\exp(\theta_E/T)$ dapat diuraikan



ke dalam deret sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 C_v &= 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{1 + \frac{\theta_E}{T} + \dots}{\left[1 + \frac{\theta_E}{T} + \dots - 1 \right]^2} \\
 &\cong 3R \left(1 + \frac{\theta_E}{T} + \dots \right) \\
 &\cong 3R
 \end{aligned}$$

Menurut hasil ini jelas bahwa model Einstein cocok pada suhu tinggi. Bagaimana untuk suhu rendah? Pada suhu rendah ($T \ll$) nilai (θ_E/T) besar. Hal ini berdampak pada penyebut dalam persamaan berikut yaitu :

$$e^{\theta_E/T} - 1 \cong e^{\theta_E/T}$$

sehingga ungkapan kapasitas panas menjadi :

$$\begin{aligned}
 C_v &= 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 e^{-\theta_E/T} \\
 &\equiv B(T) e^{-\theta_E/T}
 \end{aligned}$$

Dengan,

$$B(T) = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2$$

Jadi, pada suhu rendah C_v sebanding dengan $\frac{1}{T^2}$ dan jelas ini tidak cocok dengan hasil eksperimen, dimana C_v sebanding dengan T^3 . Sekali lagi, model



ini pun gagal menjelaskan C_V pada suhu rendah.

B. Einstein Zat Padat

Menurut teori Einstein, atom-atom dalam kristal bergetar secara independen di sekitar posisi kesetimbangannya. Einstein memodelkan getaran atom ini sebagai osilator harmonik sederhana yang tidak saling berinteraksi, di mana semua atom bergetar dengan frekuensi yang identik. Konsekuensinya, dalam zat padat yang mengandung N atom, terdapat $3N$ osilator harmonik bebas yang semuanya bergetar pada frekuensi yang sama.

Model zat padat Einstein menggambarkan kristal sebagai kumpulan besar osilator harmonik kuantum tiga dimensi yang independen dengan frekuensi seragam. Asumsi independensi ini kemudian dilonggarkan dalam model Debye yang lebih canggih. Meskipun model Einstein memberikan kesesuaian kualitatif dengan data eksperimental, khususnya pada suhu tinggi, getaran dalam kristal sebenarnya bersifat kolektif dalam bentuk fonon yang melibatkan banyak atom.

Einstein menyadari kesulitan dalam menentukan frekuensi getaran yang tepat, namun tetap mengajukan teori ini karena model tersebut dengan jelas menunjukkan bagaimana mekanika kuantum dapat menyelesaikan masalah kapasitas panas yang tidak bisa dijelaskan oleh mekanika klasik.

1. Kapasitas panas

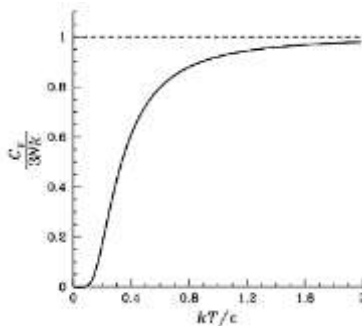
Untuk pendekatan termodinamika, kapasitas panas dapat diturunkan menggunakan ansambel statistik yang berbeda. Semua larutan ekuivalen pada batas termodinamika. Kapasitas panas suatu benda pada volume konstan V didefinisikan melalui energi internal U sebagai



$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V.$$

T , suhu sistem, dapat ditemukan dari entropi

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U}.$$



Gambar 3. 8. Kapasitas kalor zat padat Einstein sebagai fungsi suhu. Nilai eksperimental 3 Nk diperoleh kembali pada suhu tinggi

Dalam menghitung entropi, kita dapat mempertimbangkan sebuah benda padat yang tersusun dari N atom, di mana setiap atom memiliki 3 derajat kebebasan. Dengan demikian, terdapat $3N$ osilator harmonik kuantum (disingkat SHO yang berarti "Simple Harmonic Oscillator" atau Osilator Harmonik Sederhana) dalam sistem tersebut..

$$N' = 3N$$

Energi yang mungkin dari SHO diberikan oleh

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

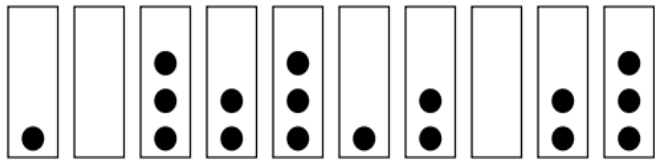
atau, dengan kata lain, tingkat energi berjarak sama

dan seseorang dapat menentukan *kuantum energy*

$$\epsilon = \hbar\omega$$

yang merupakan jumlah terkecil dan satu-satunya yang meningkatkan energi SHO.

Selanjutnya, kita harus menghitung multiplisitas sistem. Yaitu, hitung banyak cara untuk mendistribusikan q kuantum energi di antara N' SHO. Tugas ini menjadi lebih sederhana jika seseorang berpikir untuk mendistribusikan q kerikil di atas N' kotak.



atau memisahkan tumpukan kerikil dengan $N' - 1$ partisi



atau mengatur q kerikil dan $N' - 1$ partisi



Gambar 3. 9. Mendistribusikan q kuantum energi di antara N' SHO

Ilustrasi terakhir merupakan yang paling akurat. Jumlah kemungkinan susunan dari n objek adalah $n!$. Oleh karena itu, total kemungkinan susunan dari q kerikil dan $N' - 1$ ($q + N' - 1$). Namun, pertukaran posisi antara partisi (misalnya partisi #3



dengan partisi #5) tidak menghasilkan konfigurasi yang dapat dibedakan. Penjelasan serupa juga berlaku untuk kuantum.

Untuk menghitung jumlah susunan yang dapat dibedakan secara nyata, kita perlu membagi total susunan dengan jumlah susunan yang tidak dapat dibedakan. Terdapat q kemungkinan pengaturan untuk kuantum yang identik, dan $(N' - 1)$ kemungkinan susunan untuk partisi yang identik.

Oleh karena itu, multiplisitas sistem diberikan oleh

$$\Omega = \frac{(q + N' - 1)!}{q!(N' - 1)!}$$

yang, seperti yang disebutkan sebelumnya, adalah jumlah cara untuk menyebarkan q kuantum energi menjadi N' osilator. Entropi sistem memiliki bentuk

$$S/k = \ln \Omega = \ln \frac{(q + N' - 1)!}{q!(N' - 1)!}.$$

N' adalah angka yang sangat besar mengurangi satu darinya tidak memiliki efek keseluruhan apa pun:

$$S/k \approx \ln \frac{(q + N')!}{q!N'!}$$

Dengan bantuan pendekatan stirling, entropi dapat disederhanakan:

$$S/k \approx (q + N') \ln(q + N') - N' \ln N' - q \ln q.$$

Energi total padatan diberikan oleh

$$U = \frac{N'\epsilon}{2} + q\epsilon,$$

Karena ada q kuantum energi secara total dalam sistem selain energi keadaan dasar setiap osilator. berapa literatur, termasuk tulisan Schroeder, tidak menyertakan energi keadaan dasar ini ketika mendefinisikan energi total dalam model padatan Einstein. Menghitung suhu:

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U} = \frac{\partial S}{\partial q} \frac{dq}{dU} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial S}{\partial q} = \frac{k}{\epsilon} \ln(1 + N'/q)$$

Penghapusan q antara dua rumus sebelumnya memberikan untuk U :

$$U = \frac{N'\epsilon}{2} + \frac{N'\epsilon}{e^{\epsilon/kT} - 1}.$$

Istilah pertama berhubungan dengan energi titik nol dan tidak memberikan kontribusi terhadap panas spesifik. Akibatnya, suku ini akan dieliminasi pada tahap perhitungan selanjutnya. Dengan melakukan diferensiasi terhadap suhu untuk mendapatkan kapasitas panas pada volume konstan (C_V), kita memperoleh hasil sebagai berikut:

$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{N'\epsilon^2}{kT^2} \frac{e^{\epsilon/kT}}{(e^{\epsilon/kT} - 1)^2}$$

atau

$$C_V = 3Nk \left(\frac{\epsilon}{kT} \right)^2 \frac{e^{\epsilon/kT}}{(e^{\epsilon/kT} - 1)^2}.$$



Model zat padat Einstein berhasil memberikan prediksi kapasitas panas yang akurat pada rentang suhu tinggi, di mana pada batas tersebut kapasitas panas mendekati nilai:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} C_V = 3Nk,$$

yang sesuai dengan hukum Dulong-Petit.

Akan tetapi, pada suhu rendah, nilai kapasitas panas yang dihasilkan oleh model Einstein menunjukkan penyimpangan signifikan dibandingkan dengan hasil pengukuran eksperimental. Untuk perhitungan kapasitas panas yang lebih akurat pada suhu rendah, model Debye dapat dijadikan sebagai alternatif.

2. Ansambel Kanonik

Kapasitas panas dapat ditentukan dengan memanfaatkan fungsi partisi kanonik dari osilator harmonik kuantum sederhana.

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-E_n/kT}$$

Dimana

$$E_n = \varepsilon \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

mengganti ini ke dalam rumus fungsi partisi menghasilkan.

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\epsilon(n+1/2)/kT} = e^{-\epsilon/2kT} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\epsilon/kT} = e^{-\epsilon/2kT} \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{-\epsilon/kT}\right)^n$$

$$= \frac{e^{-\epsilon/2kT}}{1 - e^{-\epsilon/kT}} = \frac{1}{e^{\epsilon/2kT} - e^{-\epsilon/2kT}} = \frac{1}{2 \sinh\left(\frac{\epsilon}{2kT}\right)}.$$

Fungsi ini merupakan fungsi partisi untuk satu osilator harmonik. Karena dalam statistik, energi, kapasitas panas, dan entropi zat padat tersebar merata di antara atom-atomnya, kita dapat menggunakan fungsi partisi ini untuk menentukan besaran-besaran tersebut, lalu mengalikannya untuk memperoleh totalnya. Selanjutnya, mari kita hitung energi rata-rata setiap osilator

$$\langle E \rangle = U = -\frac{1}{Z} \partial_{\beta} Z$$

di mana

$$\beta = \frac{1}{kT}.$$

Karena itu,

$$U = -2 \sinh\left(\frac{\epsilon}{2kT}\right) \frac{-\cosh\left(\frac{\epsilon}{2kT}\right)}{2 \sinh^2\left(\frac{\epsilon}{2kT}\right)} \frac{\epsilon}{2} = \frac{\epsilon}{2} \coth\left(\frac{\epsilon}{2kT}\right).$$

Kapasitas panas dari *satu* osilator adalah

$$c_V = \frac{\partial U}{\partial T} = -\frac{\epsilon}{2} \frac{1}{\sinh^2\left(\frac{\epsilon}{2kT}\right)} \left(-\frac{\epsilon}{2kT^2}\right) = k \left(\frac{\epsilon}{2kT}\right)^2 \frac{1}{\sinh^2\left(\frac{\epsilon}{2kT}\right)}.$$

Kita dapat menghitung kapasitas panas dari satu derajat kebebasan yang dimodelkan sebagai osilator harmonik kuantum. Kapasitas panas total suatu zat padat kemudian diberikan oleh $C_V = 3N_{cv}$, di mana jumlah total derajat kebebasan dalam zat padat adalah tiga (sesuai dengan tiga arah gerak) dikalikan dengan **N**, yaitu jumlah



atom dalam zat padat. Dengan demikian, diperoleh :

$$C_V = 3Nk \left(\frac{\varepsilon}{2kT} \right)^2 \frac{1}{\sinh^2 \left(\frac{\varepsilon}{2kT} \right)}.$$

yang secara aljabar identik dengan rumus yang diturunkan pada bagian sebelumnya.

Kuantitas $T_E = \varepsilon/k$ memiliki dimensi suhu dan merupakan karakteristik khas suatu kristal, yang dikenal sebagai suhu Einstein. Model kristal Einstein memprediksi bahwa energi dan kapasitas panas kristal bergantung pada rasio tak berdimensi T/T_E . Demikian pula, model Debye menggambarkan fungsi universal berdasarkan rasio T/T_D , di mana T_D adalah suhu Debye.

Dalam model Einstein, kalor jenis mendekati nol dengan cepat pada suhu rendah karena semua osilasi memiliki frekuensi yang sama. Namun, pendekatan yang lebih akurat diperoleh dengan mengkuantisasi mode normal padatan, sebagaimana yang disarankan oleh Einstein. Dengan cara ini, frekuensi gelombang tidak seragam, dan kalor jenis berkurang mengikuti hukum daya T^3 , yang sesuai dengan hasil eksperimen. Modifikasi ini dikenal sebagai model Debye, yang diperkenalkan pada tahun 1912.

Pada suhu mendekati 0^0K , nilai rata-rata energi $\bar{\varepsilon}$ adalah $\frac{1}{2} h\omega$, yang merupakan tingkat energi minimum sistem. Selain itu, dalam fungsi Debye, pada suhu tinggi kapasitas panas C_v mendekati nilai yang diperoleh dalam model Einstein.

Ringkasan model Einstein menunjukkan bahwa



kapasitas kalor suatu zat padat hanya sesuai pada suhu tinggi, sebagaimana dibuktikan oleh berbagai hasil eksperimen. Dalam model ini, atom-atom dianggap bergetar di sekitar posisi keseimbangannya. Sementara itu, model Debye, yang dikembangkan oleh Peter Debye pada tahun 1912, digunakan untuk memperkirakan kontribusi fonon terhadap kalor spesifik (kapasitas kalor) dalam suatu zat padat.

Dalam teori Debye, kristal zat padat direpresentasikan sebagai kumpulan atom yang tersusun secara teratur dalam kisi tiga dimensi. Jika salah satu atom bergeser dari posisinya, maka atom tersebut akan mengalami gaya pemulih dari atom-atom di sekitarnya, yang berperilaku seperti osilator yang saling terhubung.

Model Debye, yang diperkenalkan pada tahun 1912, berangkat dari pendekatan yang berbeda dengan model sebelumnya, dengan memperlakukan zat padat sebagai suatu medium kontinu dan mengabaikan struktur atomiknya. Model ini memprediksi bahwa pada suhu rendah, kapasitas kalor yang disebabkan oleh getaran kristal (dengan tambahan kontribusi elektron dalam logam) akan bervariasi sesuai dengan hukum T^3 , berbeda dengan model Einstein. Keunggulan model Debye adalah kemampuannya menjelaskan kapasitas kalor pada suhu rendah, dengan hasil yang sesuai dengan eksperimen.

Dalam termodinamika dan fisika zat padat, Model Debye adalah metode yang dikembangkan oleh Peter Debye pada tahun 1912 untuk memperkirakan kontribusi fonon terhadap kalor spesifik (kapasitas



kalor) dalam zat padat. Model ini menganalisis getaran atom sebagai fonon dalam sebuah kotak, berbeda dengan Model Einstein, yang memperlakukan zat padat sebagai kumpulan osilator harmonik kuantum yang tidak berinteraksi.

Model Debye secara akurat memprediksi ketergantungan kapasitas kalor pada suhu rendah, yang mengikuti hukum T^3 atau dikenal sebagai Hukum T^3 Debye. Seperti Model Einstein, model ini juga sesuai dengan Hukum Dulong-Petit pada suhu tinggi.

Teori Einstein tentang panas spesifik padatan merupakan yang pertama menunjukkan bahwa secara kualitatif kapasitas kalor zat padat bergantung pada suhu. Namun, model ini tidak sepenuhnya akurat karena dua asumsi yang disederhanakan: (1) atom-atom dalam zat padat bergetar secara independen satu sama lain, dan (2) semua atom bergetar dengan frekuensi yang sama.

Untuk memperbaiki model ini, Debye mengusulkan teori modifikasi tentang kapasitas kalor padatan dengan beberapa asumsi berikut:

- (i) Zat padat dianggap sebagai medium elastis kontinu isotropik, di mana atom-atom saling berhubungan secara elastis.
- (ii) Atom-atom mempengaruhi satu sama lain.
- (iii) Getaran atom saling berhubungan, sehingga mereka bergetar secara kolektif.
- (iv) Getaran tersebut memiliki rentang frekuensi yang beragam.
- (v) Energi getaran tersebar melalui kisi kristal dalam bentuk gelombang berdiri yang stabil.

(vi) Energi gelombang elastis mengalami kuantisasi, dan gelombang kuantum dalam kisi kristal ini dikenal sebagai "fonon."

Kalor molar pada volume konstan, CV , suatu zat padat didefinisikan sebagai perubahan energi dalam satu mol zat padat per satuan perubahan suhu ketika volumenya tetap.

Menurut fisika klasik, kalor jenis kristal zat padat diperkirakan tetap konstan terhadap suhu, sebagaimana dinyatakan dalam Hukum Dulong-Petit: $CV = 3R$, di mana R adalah konstanta gas ideal. Namun, hasil eksperimen menunjukkan bahwa CV sebenarnya bergantung pada suhu, berbeda dari prediksi teori klasik.

Menurut fisika klasik, kalor jenis kristal zat padat diperkirakan tetap konstan terhadap suhu dan mengikuti Hukum Dulong-Petit, yang dinyatakan sebagai $CV=3R$, di mana R adalah konstanta gas ideal. Namun, hasil eksperimen menunjukkan bahwa CV sebenarnya berubah seiring dengan suhu.

Kalor molar suatu zat padat didefinisikan sebagai perubahan energi dalam satu mol zat padat per satuan perubahan suhu ketika volumenya dipertahankan tetap. Berdasarkan eksperimen, hubungan antara CV dan suhu (T) dalam zat padat menunjukkan perbedaan dari prediksi teori klasik, khususnya dalam:

- Hubungan antara CV dan suhu pada zat padat.
- Perbandingan hasil eksperimen dengan teori Einstein.



Penjelasan yang lebih akurat mengenai perilaku CV ini diberikan oleh P. Debye pada tahun 1912, yang menyempurnakan teori Einstein dari tahun 1906. Dalam teori Debye, kristal zat padat direpresentasikan sebagai kumpulan atom yang tersusun secara teratur dalam kisi tiga dimensi.

Jika sebuah atom bergeser dari posisinya, maka atom tersebut akan mengalami gaya pemulih dari atom-atom di sekitarnya, yang berperilaku seperti sistem osilator yang saling terhubung. Gangguan ini akan diteruskan ke atom-atom di sekelilingnya, menyebabkan rambatan gelombang dalam zat padat.

Ditemukan bahwa energi yang ditransfer dari satu atom ke atom tetangganya terkuantisasi sebesar $h\nu$, dimana $h\nu$ adalah frekuensi klasik saat atom bergetar di sekitar posisi keseimbangannya. Setiap kuantum energi dalam getaran akustik ini disebut fonon, yang bersifat analog dengan foton dalam radiasi elektromagnetik.

Perambatan gelombang dalam kisi kristal dapat terjadi dalam dua mode: transversal dan longitudinal, dengan kecepatan masing-masing V_t dan V_l . Gelombang transversal memiliki dua derajat kebebasan vibrasi, sedangkan gelombang longitudinal memiliki satu derajat kebebasan. Setiap mode vibrasi dalam kristal berhubungan dengan keadaan sistem, dan fonon-fonon dalam kristal terdistribusi di antara keadaan-keadaan ini sesuai dengan statistik Bose-Einstein.

Dalam kristal, terdapat frekuensi vibrasi maksimum yang disebut frekuensi Debye. Frekuensi ini muncul karena sistem yang terdiri dari N molekul hanya memiliki $3N$ mode vibrasi, di mana setiap molekul memiliki tiga derajat kebebasan vibrasi yang independen.



Kalor jenis kristal zat padat dapat ditentukan dari frekuensi Debye pertama dan kerapatan keadaan kristal. Informasi ini kemudian digunakan untuk menghitung energi kinetik vibrasi serta kalor jenis molar. Selain transfer energi melalui vibrasi atomik, jika kristal bersifat konduktor, transfer energi juga terjadi melalui elektron konduksi bebas.

Total kapasitas kalor suatu zat padat diperoleh dari jumlah kalor jenis listrik dan kalor jenis kisi kristal. Zat padat dapat dimodelkan sebagai kumpulan atom yang tersusun dalam struktur kristal, dengan getaran amplitudo kecil yang dijelaskan melalui mode normal, yang berperilaku sebagai osilator harmonik. Kuanta dari mode normal ini disebut fonon.

Dalam Model Einstein untuk zat padat, yang diperkenalkan pada tahun 1907 sebagai aplikasi pertama teori kuantum di luar radiasi, zat padat yang terdiri dari N atom dimodelkan sebagai kumpulan $3N$ osilator harmonik.

Kegagalan teori klasik dalam menjelaskan kapasitas panas zat padat telah dikaji oleh Einstein. Ia menyadari bahwa kelemahan utama teori klasik terletak pada asumsi bahwa energi rata-rata setiap osilator harmonik bernilai kT .

Planck menjelaskan bahwa radiasi termal benda hitam melalui konsep kuantisasi energi, Einstein mengusulkan model kapasitas panas yang berbeda. Dalam model ini, ia mengasumsikan bahwa getaran atom-atom dalam kisi kristal berperilaku sebagai osilator harmonik bebas yang tidak saling berinteraksi. Setiap osilator dalam sistem ini memiliki energi diskrit



yang dinyatakan dengan persamaan:

$$E = n h \Sigma \pi$$

Dengan

E_n = Energi osilator

n = bilangan kuantum utama ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$)

h = tetapan Plank- frekuensi sudut Einstein

Kesimpulan

1. Hukum Dulong–Petit adalah pengamatan bahwa semua bahan memiliki $C = 3 k_B$ per atom.
2. Model Einstein menggambarkan setiap atom dalam padatan sebagai osilator harmonik kuantum independen dengan frekuensi eigen yang sama.
3. Dengan menggunakan distribusi Bose–Einstein, kami menurunkan ekspresi untuk $\langle E \rangle$ dan C sebagai fungsi dari suhu.
4. Cukup rendah, eksitasi termal membeku, menghasilkan $\langle E \rangle = \hbar \omega / 2$
5. Model Einstein dengan tepat memprediksi bahwa kapasitas panas turun menjadi 0 sebagai $T \rightarrow 0$.

Contoh Soal

1. Bagaimana model kapasitas panas jenis zat padat menurut teori Einstein pada suhu rendah dan suhu tinggi?

Jawab:

untuk suhu tinggi menurut model Einstein adalah

$$C_V = 3Nk_b = 3R$$

untuk suhu rendah ($T \ll \frac{\hbar\omega}{k_bT} \gg 1$) adalah:

$$C_V = \frac{3N\hbar^2\omega^2}{k_bT} e^{-\hbar\omega/k_bT}$$

2. Tuliskan persamaan kapasitas panas jenis (C_V) pada temperatur rendah menurut model Einstein.

Jawab:

Model Einstein untuk kapasitas panas pada temperatur rendah:

$$\text{Untuk } T \ll \frac{\hbar\omega}{k_bT} \gg 1$$

Diketahui bahwa $\hbar\omega = \hbar\omega$

Bila $\omega_{kp} = \omega$ maka model Einstein $3N$ menjadi

$$\begin{aligned} U &= \frac{3N_A\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \\ C_V &= \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{d}{dT} \left(\frac{3N_A\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \right) \\ &= \frac{3N_A\hbar^2\omega^2}{kT} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \end{aligned}$$



Sehingga C_v untuk suhu rendah ($T \ll \frac{\hbar\omega}{k_b T} \gg 1$) adalah :

$$C_v = \frac{3N_A h^2 \nu^2}{kT} e^{-h\nu/kT}$$

Jika $\theta_E = \frac{h\nu}{k}$ maka :

$$\begin{aligned} C_v &= \frac{3N_A h^2 \nu^2}{kT^2} \frac{e^{h\nu/kT}}{[e^{h\nu/kT} - 1]^2} \\ &= \frac{3N_A h^2 \nu^2}{kT^2} \frac{e^{h\nu/kT}}{[e^{h\nu/kT} - 1]^2} \\ &= 3N_A k \left(\frac{h\nu}{k} \right) \frac{1}{T^2} \frac{e^{h\nu/kT}}{[e^{h\nu/kT} - 1]^2} \\ &= 3N_A k \left(\frac{\theta_E}{T} \right) \frac{e^{h\nu/kT}}{[e^{h\nu/kT} - 1]^2} \\ &= 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right) \frac{e^{h\nu/kT}}{[e^{h\nu/kT} - 1]^2} \end{aligned}$$

3. Sebutkan kelebihan dan kelemahan panas jenis zat padat berdasarkan model klasik dan model yang dikemukakan oleh Einstein.

Jawab

a. Model Klasik

Kelebihan: Memenuhi hukum Dulong-Petit untuk suhu tinggi $C_v = 3R$

Kelemahan:



- Hanya berlaku pada suhu tinggi sesuai dengan hukum Dulong-Petit, Sedangkan untuk suhu rendah jelas teori ini tidak berlaku.
- Tidak dapat menjelaskan mengapa beberapa unsur memiliki panas spesifik pada temperatur kamar, yang lebih rendah dari angka Dulong-Petit, misalnya Be ([He] 2s²), B ([He] 2s² 2p¹), C ([He] 2s² 2p²), Si ([Ne] 3s² 3p²). Selain itu Tidak dapat menjelaskan mengapa pada unsur-unsur yang sangat elektropositif seperti Na ([Ne] 3s¹), kapasitas panas pada temperatur tinggi melebihi prediksi Dulong-Petit.

b. Model Einstein

Kelebihan :

- Berhasil menerapkan teori kuantum untuk menjelaskan mengapa unsur memiliki panas spesifik pada temperatur kamar dengan melakukan perhitungan panas spesifik dengan menerapkan teori kuantum. Ia menganggap padatan terdiri dari atom, yang masing-masing bervibrasi (osilator) secara bebas pada arah tiga dimensi, dengan frekuensi f E.
- Memenuhi hukum Dulong-Petit untuk suhu tinggi $C_v = 3R$.

Kelemahan:

- Tidak mungkin atom-atom tidak mempengaruhi atom-atom lain, karena dalam Kristal atom-atom penyusunnya saling berhubungan satu sama lain.
- Harga Frekuensi fE , yang disebut frekuensi Einstein harus ditentukan dengan cara



mencocokkan kurva dengan data-data eksperimental. Dan tidak dapat ditentukan secara langsung. • Tidak dapat menjelaskan mengapa pada temperatur rendah kurva Einstein menuju nol jauh lebih cepat dari data eksperimen.

4. Sebutkan kelebihan dan kelemahan sifat termal zat padat berdasarkan teori Einstein dan teori Debye:

Jawab:

Teori	Kelebihan	Kelemahan
Einstein	- Berhasil menerapkan teori kuantum untuk menjelaskan mengapa unsur memiliki panas spesifik pada temperatur kamar dengan melakukan perhitungan panas spesifik dengan menerapkan teori kuantum. - Bisa memenuhi hukum DulongPetit untuk suhu tinggi dimana $C_v = 3R$	- Tidak mungkin atom-atom tidak mempengaruhi atom-atom lain, karena dalam Kristal atom-atom punyusunnya saling berhubungan satu sama lain. - Frekuensi f_E, yang disebut frekuensi Einstein harus ditentukan dengan cara mencocokkan kurva dengan data data eksperimental.



Teori	Kelebihan	Kelemahan
Debye	• Bisa memenuhi hukum dulongpetit untuk suhu tinggi dimana $C_v = 3R$ • Dapat menjelaskan kesalahan Einstein dimana debye menyebutkan bahwa Penyimpangan perhitungan Einstein disebabkan oleh asumsi yang diambil Einstein bahwa atom-atom bervibrasi secara bebas dengan frekuensi sama, f_E. • Debye melakukan penyederhanaan perhitungan dengan menganggap padatan sebagai medium merata yang bervibrasi dan mengambil pendekatan pada vibrasi atom sebagai spectrum gelombang berdiri	• Teori klasik Debye tidak berlaku untuk elektron. Hal ini karena Jika elektron berperilaku seperti molekul gas ideal, setiap elektron akan memiliki energi rata-rata dan logam itu akan mempunyai energi internal: per kilo mol karena kehadiran elektron tersebut.



Teori	Kelebihan	Kelemahan
	sepanjang kristal. Teori klasik Debye tentang panas jenis zat padat dapat diterapkan dengan derajat keberhasilan yang sama untuk logam dan non-logam.	

5. Jelaskan anggapan yang digunakan oleh Einstein dan Debye dalam perhitungan kapasitas panas jenis zat padat!

Jawab:

- Albert Einstein menerapkan teori kuantum untuk menjelaskan mengapa unsur memiliki panas spesifik pada temperatur kamar dengan melakukan perhitungan panas spesifik dengan menerapkan teori kuantum. Ia menganggap padatan terdiri dari : atom, yang masing-masing bervibrasi (osilator) secara bebas pada arah tiga dimensi, dengan frekuensi f E.
- Debye menjelaskan kesalahan Einstein dimana Debye menyebutkan bahwa Penyimpangan perhitungan Einstein disebabkan oleh asumsi yang diambil Einstein bahwa atom-atom bervibrasi secara bebas dengan frekuensi sama, f_E . Namun yang seharusnya dianalisis adalah menentukan spektrum frekuensi $g(f)$ dimana $g(f)df$ didefinisikan sebagai jumlah frekuensi yang diizinkan yang terletak antara f dan $(f + df)$



(yang berarti jumlah osilator yang memiliki frekuensi antara f dan $f + df$).



LATIHAN

1. Mengapa kapasitas panas per atom gas ideal biasanya $3 k_B / 2$ dan tidak $3 k_B$?
2. Berapa kapasitas kalor suhu tinggi atom dalam zat padat dengan dua momentum dan dua derajat kebebasan koordinat spasial?
3. Buat sketsa distribusi Bose Einstein sebagai fungsi dari ω untuk dua nilai yang berbeda dari T .
4. Jelaskan perilaku fungsi yang mana $1/(e^{-\hbar\omega/K_B T})$ memberitahu Anda itu bukan distribusi Bose Einstein.
5. Sketsa kapasitas kalor zat padat Einstein untuk dua nilai yang berbeda
6. Hitung fungsi partisi klasik menggunakan ekspresi berikut:

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-\beta H(p,x)}.$$

Dimana $\beta = 1/K_B T$

7. Dengan menggunakan solusi 1, hitung nilai harapan energi
8. Hitung kapasitas panasnya. Apakah itu tergantung pada suhu?
9. Salah satu asumsi model Einstein menyatakan bahwa setiap atom dalam benda padat beresonansi dengan frekuensi yang sama. Namun, jika padatan mengandung berbagai jenis atom, tidak masuk akal untuk mengasumsikan bahwa atom beresonansi dengan frekuensi yang sama. Salah satu contoh padatan tersebut adalah kristal litium, yang terdiri dari dua isotop stabil Li (7,5%) dan Li (92,5%) dalam



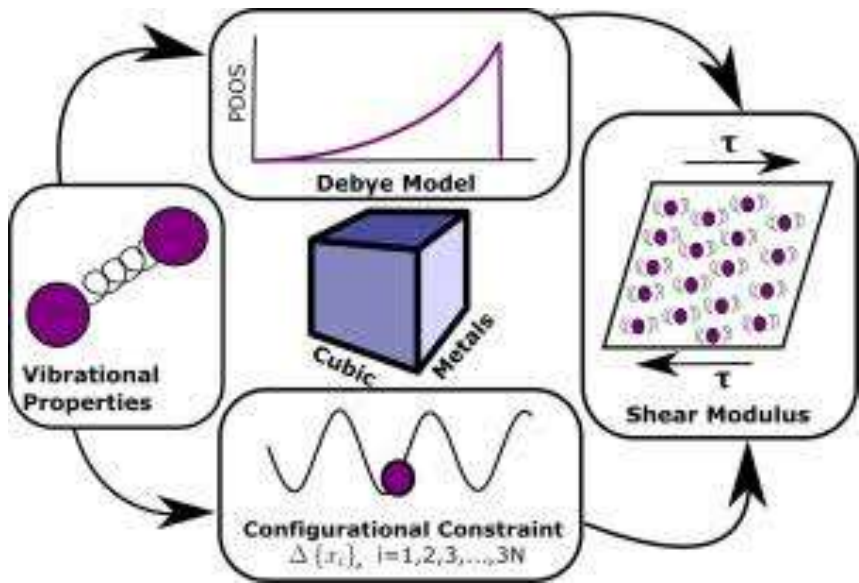
kelimpahan alami mereka. Mari kita memperluas model Einstein untuk memperhitungkan massa yang berbeda dari isotop yang berbeda ini. Asumsikan bahwa padatan adalah 1D (osilator harmonik kuantum 1D).

Asumsikan bahwa konstanta gaya harmonik (konstanta pegas) dialami oleh setiap atom adalah sama. Berapakah perbedaan frekuensi osilasi dari dua isotop yang berbeda dalam kristal litium?

10. Tuliskan energi total yang tersimpan dalam getaran setiap atom kristal litium, dengan asumsi bahwa semua atom Li ada di mode getaran dan semuanya atom Li ada di modus getaran.
11. Dalam kasus di mana osilator dapat menempati mode getaran apa pun, tuliskan energi total yang tersimpan dalam getaran setiap atom dalam kristal litium pada suhu dengan memodifikasi model Einstein.



BAB IV
MODEL DEBYE





PENDAHULUAN

Dalam termodinamika dan fisika zat padat, Model Debye adalah suatu metode yang dikembangkan oleh Peter Debye pada tahun 1912 untuk memperkirakan kontribusi fonon terhadap kapasitas kalor suatu zat padat. Model ini menggambarkan getaran kisi atomik (panas atau kalor) dalam bentuk fonon-fonon di dalam suatu ruang, berbeda dengan Model Einstein yang memandang zat padat sebagai kumpulan osilator harmonik kuantum yang tidak saling berinteraksi.

Model Debye secara akurat memprediksi ketergantungan kapasitas kalor pada suhu rendah, yang mengikuti hubungan T^3 Debye, dikenal sebagai Hukum T^3 Debye. Seperti halnya Model Einstein, model ini juga konsisten dengan Hukum Dulong-Petit pada suhu tinggi

Teori Einstein tentang panas spesifik padatan merupakan yang pertama kali menunjukkan bahwa kapasitas kalor zat padat secara kualitatif bergantung pada suhu. Namun, ketergantungan CV terhadap suhu dalam model ini tidak sepenuhnya akurat karena adanya penyederhanaan asumsi, yaitu:

- Atom-atom dalam padatan bergetar secara independen tanpa saling mempengaruhi.
- Semua atom bergetar dengan frekuensi yang sama.

Debye mengusulkan teori modifikasi dari panas spesifik dari padatan dengan asumsi sebagai berikut;



1. Solid adalah sebuah kontinum elastis isotropik dengan atom yang digabungkan elastis satu sama lain.
2. Gerak atom pengaruh dipengaruhi atom yang lain,
3. Getaran atom yang digabungkan dan karenanya atom bergetar secara kolektif,
4. Getaran kisi memiliki rentang frekuensi yang berbeda,
5. Energi internal solid berada di dalam gelombang berdiri elastis disebarkan melalui kisi kristal,
6. Energi dari gelombang elastis terkuantisasi; gelombang terkuantisasi kisi disebut sebagai "Fonon".

Kalor jenis molar pada volume konstan, C_v , suatu zat padat didefinisikan sebagai perubahan energi dalam satu mol zat padat terhadap perubahan suhu, dengan syarat volumenya tetap. Menurut teori fisika klasik, kalor jenis kristal zat padat dianggap tidak bergantung pada suhu dan mengikuti Hukum Dulong-Petit, yang dinyatakan sebagai $C_v = 3R$, di mana R adalah konstanta gas ideal. Namun, hasil eksperimen menunjukkan bahwa C_v sebenarnya berubah seiring dengan suhu.

Penjelasan yang lebih akurat mengenai perilaku C_v ini diberikan oleh P. Debye pada tahun 1912, yang menyempurnakan teori sebelumnya yang dikembangkan oleh Einstein pada tahun 1906. Dalam model Debye, kristal zat padat dianggap tersusun dari atom-atom yang terletak dalam kisi tiga dimensi dengan jarak yang teratur. Ketika sebuah atom bergeser dari posisi kesetimbangannya, atom tersebut mengalami gaya pemulih dari atom-atom di sekitarnya, sehingga berperilaku seperti sekumpulan osilator yang saling berinteraksi.



Gangguan ini diteruskan ke atom-atom lain di sekitarnya, menyebabkan rambatan gelombang dalam zat padat. Ditemukan bahwa energi yang ditransfer dari satu atom ke atom tetangganya terkuantisasi sebesar $h\nu$ di mana ν adalah frekuensi klasik ketika atom bergetar di sekitar posisi kesetimbangannya. Kuantum energi akustik ini disebut fonon, yang memiliki peran serupa dengan foton dalam radiasi elektromagnetik.

Gelombang yang merambat dalam kisi kristal dapat terjadi dalam dua mode, yaitu transversal dan longitudinal, dengan kecepatan masing-masing v_t dan v_l . Gelombang transversal memiliki dua derajat kebebasan vibrasi, sedangkan gelombang longitudinal hanya memiliki satu derajat kebebasan.

Setiap mode vibrasi dalam kristal berhubungan dengan suatu keadaan dalam sistem, dan fonon-fonon tersebar di antara keadaan-keadaan ini sesuai dengan Distribusi Bose-Einstein.

Dalam kristal, terdapat frekuensi maksimum vibrasi yang dikenal sebagai frekuensi Debye, ω_D . Frekuensi ini muncul karena sistem yang terdiri dari N molekul hanya memiliki $3N$ mode vibrasi, di mana setiap molekul memiliki tiga derajat kebebasan vibrasi yang independen.

Kalor jenis kristal zat padat dapat dihitung dengan menentukan frekuensi Debye terlebih dahulu, serta dengan mempertimbangkan kerapatan keadaan kristal tersebut. Informasi ini kemudian digunakan untuk memperoleh energi kinetik vibrasi dan kalor jenis molar.



Selain energi yang ditransfer melalui vibrasi atomik, jika kristal tersebut bersifat konduktor, terdapat juga transfer energi melalui elektron-elektron konduksi bebas. Total kalor dalam sistem merupakan hasil penjumlahan kalor jenis listrik dan kalor jenis kisi kristal.

Zat padat dapat dimodelkan sebagai kisi kristal yang terdiri dari atom-atom, di mana getaran dengan amplitudo kecil dapat dijelaskan dalam bentuk modus normal, yang berperilaku seperti osilator harmonik. Paket kuantum dari modus normal ini disebut fonon, yang mengikuti distribusi Bose-Einstein dan jumlahnya tetap terjaga.

Salah satu kelemahan dalam model Einstein adalah asumsi bahwa semua fonon bergetar pada frekuensi yang sama, tanpa adanya dasar yang kuat untuk asumsi tersebut. Asumsi ini terutama digunakan untuk menyederhanakan perhitungan, tetapi tidak sepenuhnya mencerminkan realitas. Oleh karena itu, hasil yang lebih akurat dapat diperoleh dengan mempertimbangkan bahwa frekuensi fonon tidak seragam.

Pendekatan ini kemudian digunakan oleh Debye untuk mengembangkan teori kapasitas panas yang lebih rinci. Namun, sebelum membahas teori Debye, kita akan terlebih dahulu meninjau kerapatan keadaan dalam kisi kristal guna mendapatkan ekspresi yang tepat untuk $g(\omega)$. Dalam kristal, frekuensi getaran kisi tidak tetap, melainkan bergantung pada bilangan gelombang. Hubungan antara frekuensi dan bilangan gelombang ini dinyatakan dalam persamaan dispersi, yang dirumuskan sebagai $\omega = \omega(\kappa)$.

Dari persamaan dispersi tersebut dapat diturunkan persamaan kerapatan keadaan sebagai berikut.

$$g(\omega) = \frac{V}{2\pi^2} \frac{k^2}{d\omega/dk}$$

Jika κ sangat kecil, atau panjang gelombang yang besar ($\kappa = 2\pi/\lambda$), terdapat suatu persamaan pendekatan.

$$\omega = v_g k$$

Dengan v_g disebut sebagai kecepatan grup. Dalam membangun model kapasitas panas, Debye mengambil beberapa asumsi sebagai berikut,

- Frekuensi getaran kisi memenuhi persamaan dispersi $\omega = v_g k$
- Ada sebuah frekuensi maksimum, ω_m , yang boleh dimiliki fonon dalam Kristal sehingga tidak ada fonon yang memiliki frekuensi di atas ω_m , sehingga $g(\omega) = 0$, untuk kasus $\omega > \omega_m$
- Dari persamaan (2) diperoleh beberapa kondisi yaitu

$$\omega \leq \omega_m, \text{ maka } k = \omega/v_g \text{ dan } \frac{d\omega}{dk} = v_g$$

maka ketiga ungkapan tersebut bisa digabung maka persamaan untuk kerapatan keadaan (1) untuk getaran fonon dapat dituliskan sebagai,

$$g(\omega) = \begin{cases} \frac{V}{2\pi^2} \omega^2, & \omega \leq \omega_m \\ 0, & \omega > \omega_m \end{cases}$$

A. Rapat Keadaan Model Debye

Debye mengusulkan teori modifikasi dari panas spesifik dari padatan dengan asumsi sebagai berikut;



1. Solid adalah sebuah kontinum elastis isotropik dengan atom yang digabungkan elastis satu sama lain.
2. Gerak atom pengaruh dipengaruhi atom yang lain,
3. Getaran atom yang digabungkan dan karenanya atom bergetar secara kolektif,
4. Getaran kisi memiliki rentang frekuensi yang berbeda,
5. Energi internal solid berada di dalam gelombang berdiri elastis disebarkan melalui kisi kristal,
6. Energi dari gelombang elastis terkuantisasi; gelombang terkuantisasi kisi disebut sebagai "Fonon".

Kalor jenis molar pada volume konstan, C_v , suatu zat padat didefinisikan sebagai perubahan energi satu mol zat padat per satuan perubahan suhu ketika volumenya tetap. Berdasarkan fisika klasik, kalor jenis kristal zat padat seharusnya tidak bergantung pada temperatur dan mengikuti Hukum Dulong-Petit, yaitu $C_v = 3R$, dengan R sebagai konstanta gas ideal. Namun, hasil eksperimen menunjukkan bahwa C_v sebenarnya berubah terhadap temperatur.

Salah satu keterbatasan model Einstein adalah asumsi bahwa semua mode vibrasi memiliki frekuensi yang sama, ω . Sebelum membahas model Debye, terlebih dahulu perlu dipelajari kerapatan keadaan serta jumlah mode vibrasi dalam rentang frekuensi ω , $\omega + d\omega$. Persamaan gelombang yang digunakan untuk menggambarkan polarisasi (baik longitudinal maupun transversal) dalam ruang isotropik tiga dimensi dapat ditemukan dalam literatur, seperti yang dijelaskan oleh Kittel (2005).

$$\partial^2 \psi_x + \partial^2 \psi_y + \partial^2 \psi_z = \frac{1}{v^2} \partial^2 \psi$$



$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Dimana

ψ = perpindahan posisi,

v = cepat rambat.

Pada batas kristal perpindahan $\psi \rightarrow 0$, dan solusi Persamaan di atas adalah dalam bentuk gelombang berdiri.

$$U \sim \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) e^{-i\omega t}$$

Komponen-komponen k dalam L_x, L_y, L_z adalah :

Kelemahan model Einstein terletak pada asumsi bahwa semua mode vibrasi memiliki frekuensi yang sama, yaitu ωE . Sebelum membahas model Debye, terlebih dahulu perlu dijelaskan mengenai kerapatan keadaan serta jumlah mode vibrasi dalam rentang frekuensi ω hingga $\omega + d\omega$. Dalam ruang isotropik tiga dimensi, persamaan gelombang untuk suatu polarisasi, baik longitudinal maupun transversal, dapat digunakan sebagai dasar analisis (Kittel, 2005).

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

Dimana,

Ψ = perpindahan posisi,

v = cepat rambat.

Pada batas kristal perpindahan $\psi \rightarrow 0$, dan solusi Persamaan di atas adalah dalam bentuk gelombang berdiri.

$$U \sim \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) e^{-i\omega t}$$

Komponen-komponen k dalam L_x, L_y, L_z , adalah:

$$k_x = \frac{2\pi}{L_x} m_x; k_y = \frac{2\pi}{L_y} m_y; k_z = \frac{2\pi}{L_z} m_z$$

m = bilangan bulat



Terdapat satu harga k per volume $(\frac{2\pi}{L})^3$ dalam ruang k , atau $(\frac{L}{2\pi})^3 = \frac{L}{8\pi^3}$ harga k yang diijinkan per satu satuan volume di dalam ruang k . Jumlah total ragam dengan vektor gelombang kurang dari k adalah $(\frac{L}{2\pi})^3$ kali volume bola yang berjari-jari k , yaitu:

$$N = (\frac{L}{2\pi})^3 \left(\frac{4\pi k^3}{3} \right)$$

Rapat kedua adalah didefinisikan sebagai

$$g(\omega) = \left(\frac{dN}{d\omega} \right) = \frac{vk^2 dk}{v\pi^2 d\omega}$$

Dalam Pendekatan Debye digunakan relasi disperse $\omega = vk$ dimana v = kecepatan yang konstan. Dengan demikian, rapat keadaan pers menjadi:

$$g(\omega) = \frac{v\omega^2}{2\pi^2 v^3} - \frac{v\omega^2}{2\pi^2} \left(\frac{1}{v\pi^3} - \frac{2}{v\pi^3} \right)$$

Selanjutnya kita bahas panas jenis sesuai dengan model Debye. Model ini didasarkan pada asumsi Berarti sistem mempunyai ragam utama dengan 3 N derajat kebebasan. Oleh karenanya:

$$3N = \int_0^{\omega_m} g(\omega) d\omega$$

Sebagai pendekatan, Debye mendefinisikan bahwa

$$g(\omega) \cong \frac{3v\omega^2}{2\pi^2 v\omega^3} \quad 0 < \omega < \omega_0$$

Untuk seluruh ragam vibrasi, kemudian Persamaan

$$3N = \int_0^{\omega_m} g(\omega) d\omega$$

Dapat ditulis sebagai

$$\frac{3N}{v} = \int_0^{\omega_D} \frac{3\omega^2}{2\pi^2 v\omega^3} d\omega = \frac{\omega_D^3}{2\pi^2 v\omega^3}$$

Atau

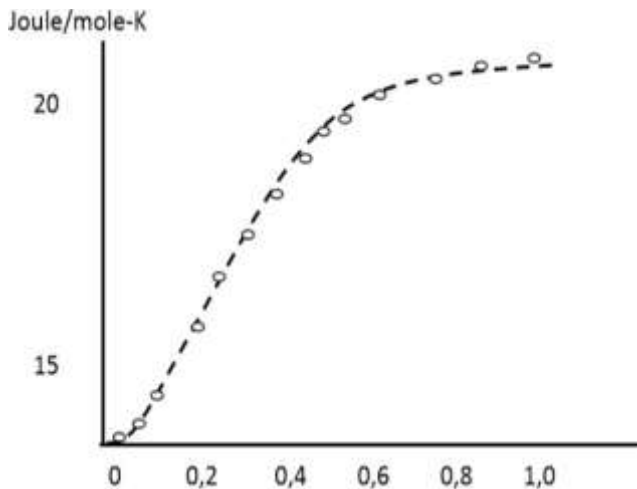
$$\omega_D = \left(\frac{6\pi^4 N}{v} \right) v_0$$

ω_D disebut sebagai frekuensi ambang

Selanjutnya energi vibrasi kisi per satu satuan volume adalah

$$U = \int \frac{(h\omega) g d\omega}{\left[\exp\left(\frac{h\omega}{k_0 T}\right) - 1 \right]}$$

Kurva panas jenis suatu zat padat per mol sebagai fungsi suhu mengikuti model Debye, seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah. Sifat termal, seperti energi dalam U dan kapasitas panas C_v , dinyatakan dalam bentuk integral yang cukup kompleks untuk diselesaikan secara langsung. Namun, penyelesaiannya dapat disederhanakan secara analitik dengan menggunakan pendekatan pada suhu yang sangat tinggi atau sangat rendah.



Gambar 4. 1. Panas jenis sebagai fungsi suhu. Lingkaran adalah data eksperimen



Sehingga persamaan diatas dapat diungkapkan kembali dalam bentuk suhu dengan mengambil batas atas sampai tak terhingga dapat diperoleh

$$U \approx \frac{9Nk_0T^4}{V\theta^3} \frac{x D^3}{3}$$

$$U \approx \frac{9Nk_0T^4}{V\theta^3} \frac{\theta x D^3}{3T^3} - \frac{3Nk_0T}{V}$$

Dan panas jenis persamaan mejadi

$$C_v \approx \frac{3Nk_0}{V}$$

Hasilnya ternyata sesuai dengan pendekatan klasik. Untuk $T \ll \theta_D$ dengan mengambil batas atas sampai tak terhingga sehigga dapat diperoleh

$$C_v \cong \frac{12^4 N K_0}{5V} \frac{T}{\theta_D}$$

Hasilnya memperlihatkan bahwa panas jenis lurus dengan T^3 . Persamaan ini disebut dengan Hukum Debye T^3 . Untuk suatu gradien suhu yang kecil arus thermal yang diamati sebanding dengan VT

$$J_v = -K \frac{dT}{dx}$$

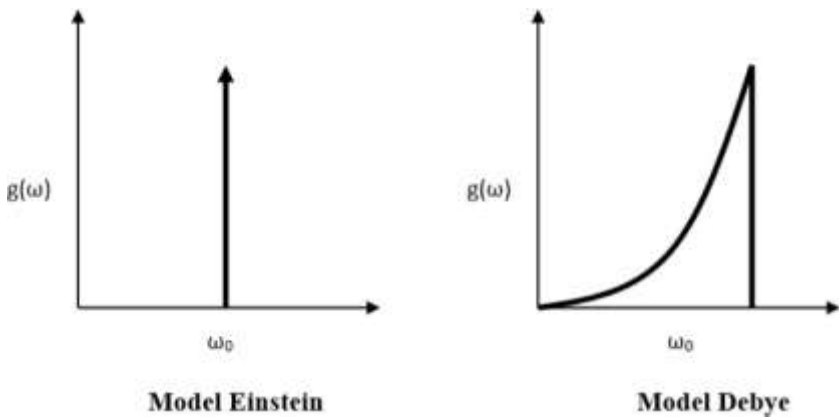
$$J = -KVT$$

Ini dikenal sebagai hukum Wiedemann-Franz, dan sering disebut sebagai bilangan Lorentz. Harga ini adalah sekitar setengah dari harga hasil eksperimen (Kittel, 2005).

Analisis difraktogram dalam XRD digunakan untuk menghitung ukuran partikel, yang dapat ditentukan menggunakan metode Debye-Scherrer melalui persamaan berikut:

$$D = \frac{k \cdot \lambda}{B \cos \theta}$$

Di mana D merupakan ketebalan kristal atau ukuran kristal (nm), K adalah konstanta material dengan nilai kurang dari satu, biasanya diambil sebesar 0,9, λ adalah panjang gelombang sinar-X yang digunakan selama pengukuran (nm), B merupakan lebar setengah puncak pada difraktogram, dan θ diperoleh dari data grafik 2θ pada difraktogram (Astuti & Khairurrijal, 2009).



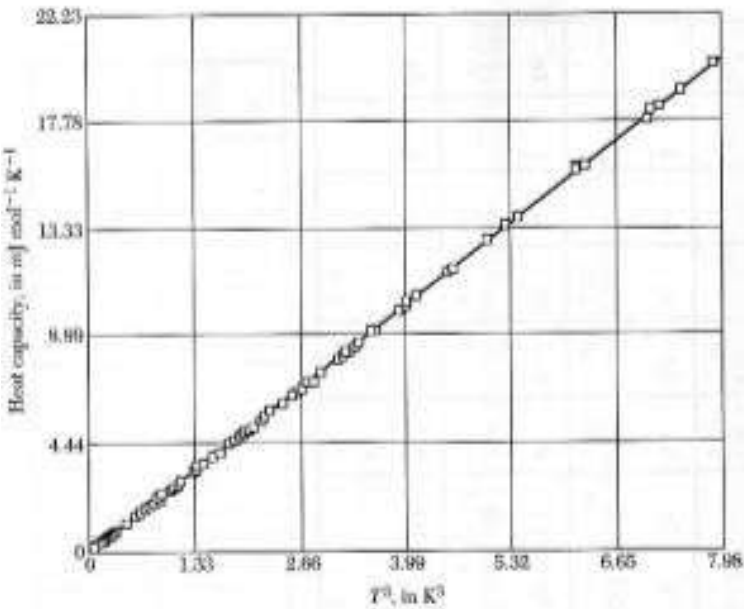
Gambar 4. 2. Kurva kerapatan keadaan sebagai fungsi pada model Einstein dan Debye

Perbedaan kurva kerapatan keadaan sebagai fungsi dalam model Einstein dan Debye ditampilkan pada gambar di atas. Nilai ω_m dalam model Debye dapat ditentukan dengan merujuk pada definisi bahwa ω_m mewakili jumlah keadaan per satuan frekuensi. Karena frekuensi maksimum fonon adalah $g(\omega)$, maka integral dari $g(\omega)$ dalam rentang frekuensi 0 hingga ω_m akan menghasilkan jumlah total keadaan fonon, yang setara dengan jumlah atom, N (Sinensis, Dian, & Firdaus, 2012).



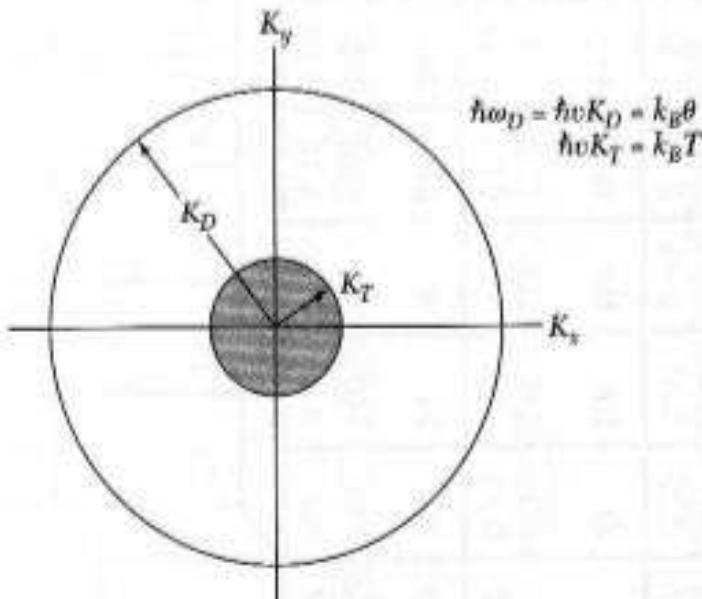
B. Temperature Debye

Hasil eksperimen pada argon ditunjukkan pada gambar berikut.



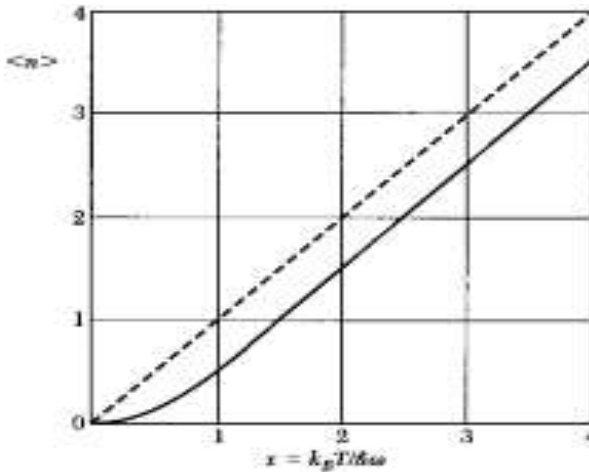
Gambar 4. 3. Kapasitas panas temperature rendah pada padatan argon. Digambarkan secara berlawanan terhadap T^3 .

Pada suhu yang cukup rendah, persamaan T^3 memberikan hasil yang cukup akurat. Pada kondisi ini, hanya mode akustik dengan panjang gelombang panjang yang dapat teraktivasi secara termal. Mode ini memenuhi sifat sebagai konstanta dalam suatu medium elastis kontinu. Sementara itu, mode dengan panjang gelombang pendek—di mana pendekatan ini tidak lagi berlaku—memiliki energi yang terlalu tinggi untuk dapat berkontribusi secara signifikan pada populasi keadaan termal pada suhu rendah. Pemahaman mengenai hasil T^3 ini dapat dijelaskan melalui argumen sederhana yang ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 4. 4, Penjelasan kualitatif pada hukum Debye T^3

Untuk memberikan penjelasan kualitatif mengenai hukum Debye T^3 , dapat diasumsikan bahwa semua mode fonon dengan vektor gelombang kurang dari K_T memiliki energi termal klasik, dan mode tersebut berada dalam rentang K_T . Pada suhu rendah, hanya mode kisi dengan $\hbar \omega < k_B T$ yang berkontribusi secara signifikan. Eksitasi pada mode ini dapat didekati secara klasik, di mana setiap mode memiliki energi yang mendekati $k_B T$, sebagaimana diilustrasikan dalam gambar berikut.



Gambar 4. 5. Sketsa pada fungsi distribusi planck pada temperature yang tinggi

Pada volume yang diizinkan dalam daerah K, pecahan ditempati oleh mode *excited* secara berurutan pada $(\omega T / \omega D)^3$ atau $(KT / KD)^3$, dimana KT adalah “termal” vector gelombang didefinisikan sebagai $\hbar \nu K_T = k_B T$ dan KD adalah Debye memotong vector gelombang. Demikian pecahan yang terisi adalah $(T / \theta)^3$ pada volume total dalam daerah K. berada pada urutan $3N(T / \theta)^3$ mode *excited*, masing- masing mempunyai energy $k_B T$. energy adalah $\sim 3N k_B T (T / \theta)^3$, and the heat capacity is $\sim 12 N k_B T (T / \theta)^3$.

Nilai yang dipilih pada θ dapat di lihat pada table berikut,

Table 1 Debye temperature and thermal conductivity																		B	C	N	O	F	Ne
Li	Be																		2230				75
344	1440																	0.27	1.29				
0.85	2.00																						
Na	Mg																	Al	Si	P	S	Cl	Ar
158	400	Low temperature limit of θ , in Kelvin																428	645				92
1.41	1.56	Thermal conductivity at 300 K, in $\text{W cm}^{-1}\text{K}^{-1}$																2.37	1.48				
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr						
91	280	360	420	380	630	410	470	405	430	343	327	320	374	282	90		72						
1.02		0.16	0.22	0.31	0.94	0.08	0.80	1.00	0.91	4.01	1.16	0.41	0.60	0.50	0.02								
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe						
96	147	280	291	275	456		600	490	274	225	209	198	200	231	153		64						
0.58		0.17	0.23	0.54	1.38	0.51	1.17	1.50	0.72	4.29	0.97	0.82	0.67	0.24	0.02								
Cs	Ba	La β	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn						
38	110	142	252	240	407	430	500	420	240	165	71.9	78.5	105	119									
0.36		0.14	0.23	0.58	1.74	0.48	0.88	1.47	0.72	3.17		0.46	0.35	0.08									
Fr	Ra	Ac																					
			Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu							
			0.11	0.12	0.16		0.13		0.11	0.11	0.11	0.16	0.14	0.17	0.35	0.16							
			Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr							
			163		207																		
			0.54		0.28	0.06	0.07																

Gambar 4. 6. Temperature Debye dan Konduktivitas Debye

Pada kristal nyata, pendekatan T^3 berlaku pada suhu yang cukup rendah. Agar perilaku T^3 dapat diamati secara murni, suhu harus mencapai sekitar $T = \theta/50$. Perlu dicatat, misalnya dalam logam alkali, bahwa atom yang lebih berat memiliki nilai θ yang lebih kecil. Hal ini disebabkan oleh penurunan kecepatan bunyi seiring dengan meningkatnya kerapatan atau densitas material.



C. Persamaan Debye

Menurut Debye, penyimpangan tersebut disebabkan oleh asumsi Einstein bahwa atom-atom bergetar secara bebas dengan frekuensi yang sama f_E . Untuk menganalisisnya, diperlukan penentuan spektrum frekuensi $g(f)$ dimana $g(f)df$ didefinisikan sebagai jumlah frekuensi yang diizinkan dalam rentang f hingga $(f+df)$ yang berarti jumlah osilator dengan frekuensi dalam kisaran tersebut. Debye menyederhanakan perhitungan dengan menganggap padatan sebagai medium homogen yang bergetar dan mendekati getaran atom sebagai spektrum gelombang berdiri dalam kristal.

Persamaan spektrum frekuensi yang diperoleh adalah:

$$g(f) = \frac{4f^4}{ct^3}$$

dengan c sebagai kecepatan rambat suara dalam padatan.

Debye juga mengajukan postulat bahwa terdapat frekuensi osilasi maksimum, f_D , karena total jumlah frekuensi yang diizinkan tidak boleh melebihi $3N$ di mana N adalah jumlah atom yang bergetar dalam tiga dimensi. Panjang gelombang minimum $\lambda_D = c/f_D$ tidak boleh lebih kecil dari jarak antar atom dalam kristal. Dengan mengintegrasikan $g(f)df$ dikalikan dengan energi rata-rata yang diberikan oleh persamaan (10), Debye memperoleh ekspresi untuk energi internal dalam satu mol volume kristal (Kittel, 2005).



Ringkasan Materi/BAB

Berikut disajikan ringkasan materi pada tiap bab untuk memudahkan pembaca dalam memahami isi dari buku ini.

1. Getaran kisi mempunyai sifat dualisme seperti sifat radiasi elektromagnetik dan sifat partikel, sifat partikel disebut phonon. Karakteristik spektrum getaran dari kristal padat yang mengarah pada pengaruh kondisi dari perambatan gelombang dalam kisi yang periodik, energi yang memiliki dan panas jenis dari gelombang kisi, aspek partikel dari phonon, dan pengaruh dari ketidakharmonisan getaran antar atom – atom. Kelajuan dengan gelombang longitudinal yang merambat dalam cairan berkerapatan ρ di berikan oleh

$$V_0 = \lambda v = (B_s / \rho)^{1/2}$$

Getaran gelombang kisi dalam kristal adalah rangkaian yng berulang dan sisitimatik dari pergeseran atom, yang dikarakterisasikan oleh Kecepatan perambatan (v), Panjang gelombang (λ) atau vektor gelombang $|k| = (2\pi/\lambda)$, Frekuensi (ν) atau frekuensi anguler (ω) = ($2\pi\nu$) = (νk)

2. Kristal fotonik (photonic crystal, PhC) atau material photonic bandgap (PBG) adalah struktur periodik dari material dielektrik dengan permitivitas (ϵ) atau indeks bias (n) yang berbeda, sehingga dapat menghambat perambatan gelombang dengan frekuensi dan arah tertentu. Dikatakan sebagai "kristal" karena dibentuk oleh susunan blok yang periodik bangunan dasar. Istilah "fotonik"



ditambahkan karena fotonik kristal dirancang untuk mempengaruhi sifat propagasi foton. Dalam rangka untuk merancang kristal fotonik dengan cPBG atau perilaku pita tertentu ada fitur kristal beberapa dan parameter yang harus direkayasa. Dimensi. Periodisitas indeks bias akan menentukan dimensi dari kristal fotonik. Kita mungkin memiliki satu (1D), dua (2D) atau tiga (3D) dimensi. Simetri. Posisi blok bangunan kristal fotonik kami akan mengatur simetri kisi kami. Contoh beberapa tiga-dimensi simetri dapat ditemukan dalam kisi Bravais: kubik sederhana (sc), sederhana heksagonal (sh), tubuh berpusat kubik (bcc) dan wajah berpusat kubik (fcc). The film multilayer, kristal fotonik satu dimensi. Istilah "satu-dimensi" digunakan karena fungsi dielektrik $\epsilon(z)$ bervariasi sepanjang satu arah (z) saja. Sistem ini terdiri dari dua lapisan bahan (biru dan hijau) dengan konstanta dielektrik yang berbeda, dengan periode spasial a . Kita membayangkan bahwa setiap lapisan yang seragam dan meluas hingga tak terbatas sepanjang arah x dan y , dan kita membayangkan bahwa periodisitas dalam arah z juga meluas hingga tak terbatas. Kita dapat menggambarkan mode elektromagnetik yang kontinu dengan kristal dengan materi yang periodik dalam arah z , dan homogen dalam bidang xy . Sehingga dapat diklasifikasikan mode menggunakan k , k_z , dan n , yaitu vektor gelombang pada bidang, vektor gelombang dalam arah z , dan jumlah band. Vektor gelombang menentukan bagaimana modulus mengubah operator translasi, dan peningkatan jumlah band



dengan frequency. Kita dapat menulis mode dalam bentuk Bloch: Fungsi $u(z)$ adalah periodik, dengan properti $u(z) = u(z + R)$ setiap kali R merupakan multiple integral dari periode spasial a . Teorema ekuipartisi mengasumsikan bahwa setiap atom dapat dimodelkan sebagai osilator harmonik klasik. Namun, pada suhu rendah ini menyebabkan perbedaan dalam kapasitas panas antara hukum Dulong-Petit dan kapasitas panas yang diamati. Kita tahu dari mekanika kuantum bahwa perilaku mekanika kuantum dari osilator harmonik berbeda, terutama pada energi rendah. Mari kita ikuti ide Einstein ini dan menganggap setiap atom sebagai osilator harmonik *kuantum independen*. Karena semua atom adalah sama, mari kita juga mengatakan bahwa mereka semua beresonansi dengan frekuensi yang sama. Singkatnya, ini adalah titik awal kami:

- Atom adalah osilator harmonik kuantum independen
 - Setiap atom memiliki frekuensi yang sama
3. Menurut Einstein “Atom – Atom Kristal dianggap bergetar satu sama lain disekitar titik setimbangnya secara bebas”. Getaran atomnya dianggap harmonik sederhana yang bebas sehingga mempunyai frekuensi sama sehingga didalam zat padat terdapat sejumlah N atom maka ia akan mempunyai $3N$ osilator harmonik yang bergetar bebas dengan frekuensi. Padatan einstein adalah model padatan Kristal yang mengandung jumlah besar osilator harmonik kuantum 3 dimensi independen dengan frekuensi yang sama. Asumsi independensi dilonggarkan dalam model



debye. Sementara model memberikan kesepakatan kualitatif dengan eksperimen data terutama untuk batas suhu tinggi, osilasi ini sebenarnya fonon atau model kolektif yang melibatkan banyak atom. Einstein sadar bahwa mendapatkan frekuensi osilasi yang sebenarnya akan sulit tetapi iya tetap mengusulkan teori ini karena model yang sangat jelas bahwa mekanika kuantum dapat memecahkan masalah panas spesifik dalam mekanika klasik.

4. Debye mengusulkan teori modifikasi dari panas spesifik dari padatan dengan asumsi sebagai berikut;
 - a. Solid adalah sebuah kontinum elastis isotropik dengan atom yang digabungkan elastis satu sama lain.
 - b. Gerak atom pengaruh dipengaruhi atom yang lain,
 - c. Getaran atom yang digabungkan dan karenanya atom bergetar secara kolektif,
 - d. Getaran kisi memiliki rentang frekuensi yang berbeda,
 - e. Energi internal solid berada di dalam gelombang berdiri elastis disebarkan melalui kisi kristal,
 - f. Energi dari gelombang elastis terkuantisasi; gelombang terkuantisasi kisi disebut sebagai "Fonon".

Pada suhu yang cukup rendah persamaan T^3 cukup bagus. Pada saat itulah hanya mode akustik panjang gelombang yang panjang yang keluar secara termal. Ini hanya mode yang boleh berlaku sebagai sebuah konstanta kontinum elastis. Energy pada mode panjang gelombang yang pendek (dimana pendekatan ini gagal)



ini terlalu tinggi untuk mereka untuk menjadi populasi yang signifikan pada temperature rendah. Penyimpangan menurut Debye, disebabkan oleh asumsi yang diambil Einstein bahwa atom-atom bervibrasi secara bebas dengan frekuensi sama f_E . analisis yang perlu dilakukan adalah menentukan spectrum frekuensi $g(f)$ dimana $g(f) df$ didefinisikan sebagai jumlah frekuensi yang diizinkan yang terletak antara f dan $(f+df)$ (yang berarti jumlah osilator yang memiliki frekuensi antara f dan $f+df$). Debye melakukan penyederhanaan perhitungan dengan menganggap padatan sebagai medium merata yang bervibrasi dan mengambil pendekatan pada vibrasi atom sebagai spectrum gelombang berdiri sepanjang Kristal.



DAFTAR PUSTAKA

Darmaji, D., Pujaningsih, F. B., & Tambunan, J. L. (2022). KAJIAN PERSEPSI MAHASISWA TERHADAP LEMBAR KERJA MAHASISWA PADA MATA KULIAH PENDAHULUAN FISIKA ZAT PADAT. *EduFisika: Jurnal Pendidikan Fisika*, 7(2), 177-184.

Djaja Setiawan, 2019. Getaran dalam Zat Padat BAB I Pendahuluan <https://docplayer.info/72832790-Getaran-dalam-zat-padat-bab-i-pendahuluan.html> diakses pada tanggal 4 Juni 2022 pukul 16.27 WITA

Doyan, A., & Susilawati, S. (2019). Pengembangan Modul Ajar Pada Mata Kuliah Pendahuluan Fisika Zat Padat Untuk Meningkatkan Penguasaan Konsep Struktur Kristal Bagi Calon Guru. *Jurnal Pendidikan Fisika dan Teknologi*, 5(1), 40-49

[http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR. PEND. FISIKA/195708071982112-WIENDARTUN/4.BAB_IV-\(VIBRASI KRISTAL\).pdf](http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._FISIKA/195708071982112-WIENDARTUN/4.BAB_IV-(VIBRASI_KRISTAL).pdf)

[http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR. PEND. FISIKA/195905271985031-KARDIAWARMAN/Modul UT/KB-1 modul 8 Fis-Statistik.pdf](http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._FISIKA/195905271985031-KARDIAWARMAN/Modul_UT/KB-1_modul_8_Fis-Statistik.pdf)

<http://www.biomed.ee.itb.ac.id/courses/Material%20biomedika/BAB%2011%20b5%20Sifat%20Thermal%20Material.pdf>



- Ismet, I. (2017, October). Disain Model Multirepresentasi Pada Perkuliahan Pendahuluan Fisika Zat Padat untuk Mengembangkan Kemampuan Berargumentasi. In Seminar Nasional Pendidikan IPA Tahun 2021 (Vol. 1, No. 1, pp. 109-115)
- Kamari, A. (2017). (KAPASITAS KALOR DALAM ZAT PADAT) ALDORIOS KAMARI 2017 TEORI MODEL DEBYE (KAPASITAS KALOR DALAM ZAT PADAT) Ringkasan.
- Kittel, Charles. 1996. Introduction to Solid State Physics. Seventh Edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Mandl, F. (1988) [1971]. Fisika Statistik (edisi ke-2). Chichester·New York·Brisbane·Toronto·Singapore: John Wiley & sons . ISBN 978-0471915331.*
- Novia, H., Rusdiana, D., & Kaniawati, I. (2013). Analisis Kesulitan Konsep Struktur Kristal Pada Perkuliahan Fisika Zat Padat Bagi Calon Guru Fisika.
- Pangga, D., Prasetya, D. S. B., & Sanapiah, S. (2023). Pembelajaran Etnosains dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep Mahasiswa pada Fisika Zat Padat. *Empiricism Journal*, 4(2), 464-470.
- Parno, P. (2014). Peningkatan Prestasi Belajar Fisika Zat Padat Mahasiswa Non-regular melalui Pembelajaran Stad dengan Strategi Self-explanation. *Jurnal Penelitian Fisika dan Aplikasinya (JPFA)*, 4(1), 23-35.
- Parno, P. (2015). Pengaruh model penemuan terbimbing dengan strategi self-explanation terhadap prestasi belajar fisika zat padat mahasiswa. *Jurnal pendidikan fisika Indonesia*, 11(1), 23-35.



Prasetyowati, R. (2012). SIFAT THERMAL KRISTAL.pdf (p. 28).
<http://staffnew.uny.ac.id/upload/132319975/pendidikan/SIFAT+THERMAL+KRISTAL.pdf>

Rogers, Donald (2005). Teori Einstein yang lain: teori kapasitas panas Planck-Bose-Einstein . Pers Universitas Princeton. p. 73. ISBN 0-691-11826-4.

Sriyanti, I. (2012). Penerapan Model Blended e-learning Pada Matakuliah Pendahuluan Fisika Zat Padat. In Seminar Nasional Fisika: Palembang. Ismet, I. (2017, October). Disain Model Multirepresentasi Pada Perkuliahan Pendahuluan Fisika Zat Padat untuk Mengembangkan Kemampuan Berargumentasi. In Seminar Nasional Pendidikan IPA Tahun 2021 (Vol. 1, No. 1, pp. 109-115).

Wiendartun. Diktat Fisika Zat Padat. FPMIPA UPI: Bandung

Wiyono, K. (2012). Pengembangan Model Multimedia Interaktif Adaptif Pendahuluan Fisika Zat Padat (MIA-PIZA). In Forum Pendidikan Fisika (Vol. 1, No. 2).



BIODATA PENULIS



A. Jusriana. S.Si.,M.Pd.

Dosen Program Studi Pendidikan Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Makassar

Penulis lahir di Lanca tahun 1988. Tahun 2006 lulus dari SMA Negeri Tellu Siattinge, dan tahun 2010 lulus dari S1 jurusan Fisika UNM. Pada tahun yang sama 2010 melanjutkan kuliah S2 pada Progra Pasca Sarjana Prodi S2 Pendidikan Fisika. Pada tahun yang sama yakni tahun 2010-2015 mengajar di SMA Frater Makassar, tahun 2013 mengajar di kampus Universitas Islam Negeri Makassar pada Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Prodi Pendidikan Fisika. Selanjutnya pada akhir tahun 2023, penulis lulus menjadi dosen Pegawai Negeri Sipil pada kampus Universitas Negeri Makassar di Prodi Pendidikan Fisika.

Selama mengajar di Prodi Pendidikan Fisika, penulis telah mengajarkan berbagai mata kuliah diantaranya mata kuliah Fisika Dasar 1, Fisika Dasar 2, Fisika Modern, Termodinamika, Manajemen Laboratorium, Fisika Sekolah 1, Fisika Sekolah 2, Gelombang Optik, Fisika Inti, Pendahuluan Fisika Zat Padat dan lain-lain.



BIODATA PENULIS



Ihfa Indira Nurnaifah, S.Si., M.Pd

Dosen Program Studi Pendidikan Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Makassar

Penulis lahir di Pinrang pada tanggal 16 januari 1991. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Fisika tahun 2012 di Universitas Hasanuddin dan melanjutkan S2 pada Jurusan Pendidikan Fisika lulus tahun 2016 di Universitas Negeri Makassar.

Penulis mulai menekuni bidang menulis ketika bekerja sebagai dosen di STKIP Darud Da'wah wal Irsyad Pinrang, sejak tahun 2017. Sejak tahun 2024, penulis pindah home base ke Pendidikan Fisika Universitas Negeri Makassar. Penulis terlibat aktif dalam menulis hasil-hasil penelitian yang dalam bentuk jurnal ilmiah. Hasil-hasil penelitian ini kemudian dituliskan juga ke dalam buku-buku referensi dan diintegrasikan ke dalam mata kuliah. Beberapa karya penulis



telah dimuat dalam jurnal nasional terakreditasi dan book chapter ber-ISBN, baik sebagai penulis maupun sebagai editor. Book chapter yang telah disusun bertema pendidikan secara umum dan pendidikan fisika tentunya. Ini merupakan karya pertama penulis dalam bentuk buku referensi bertema fisika.



BIODATA PENULIS



Suarti

Dosen Prodi pendidikan Fisika
Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Lahir di Gowa, pada 3 Juni 1984. Penulis tercatat sebagai lulusan S-1 di Jurusan Fisika KBK Fisika Bumi Universitas Negeri Makassar Tahun 2006, S-1 Pendidikan Fisika Universitas Negeri Makassar Tahun 2007, kemudian menyelesaikan studi S2 di prodi Pendidikan Fisika Pasca Sarjana Universitas Negeri Makassar Tahun 2016. Pekerjaan yang pernah dilakukan yaitu menjadi guru di beberapa sekolah menengah salah satunya guru fisika di SMAN 2 Tinggimoncong, saat ini menjadi Dosen tetap di Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar Prodi pendidikan Fisika. Memiliki kepakaran dibidang fisika dan pendidikan fisika. Selama mengajar telah mengampuh mata kuliah Fisika Sekolah, Eksperimen Fisika Dasar, Praktikum Fisika Sekolah, Mekanika Lanjut dan Pembelajaran Fisika Berbasis Riset. Untuk mewujudkan karir sebagai dosen, penulis pun aktif melaksanakan tridarma perguruan tinggi, melalui pengajaran, penelitian dan pengabdian kepada masyarakat,



penulis juga aktif menulis buku dengan harapan dapat memberikan kontribusi positif bagi bangsa dan negara.

Email Penulis: suarti.fisika@uin-alauddin.ac.id



BIODATA PENULIS



Nurhasmi, S.Si., M.Si

Dosen Program Studi Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Makassar

Penulis lahir di Baraka, Kabupaten Enrekang, Provinsi Sulawesi Selatan, pada 7 Januari 1993. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Fisika, Universitas Negeri Makassar, pada tahun 2015, dan melanjutkan pendidikan S2 pada Jurusan Fisika, Program Pascasarjana, Universitas Hasanuddin, pada tahun 2017.



BIODATA PENULIS



Dirgah Kaso Sanusi, S.Pd., M.Pd.

Dosen Program Studi Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Makassar

Penulis lahir di Amassangan, Kabupaten Luwu Utara, Provinsi Sulawesi Selatan, pada 17 Agustus 1994. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Fisika, Universitas Negeri Makassar, dan melanjutkan pendidikan S2 pada Jurusan Fisika, Program Pascasarjana, Universitas Negeri Makassar.

FISIKA ZAT

Fisika merupakan salah satu pintu mengungkap rahasia alam semesta yang menyembunyikan berjuta keajaiban. Buku ini mencoba mengungkap alam semesta dengan Bahasa fisika yang sederhana, mudah dipahami, dan enak untuk dibaca.

Buku ini berisi tentang materi “Getaran Kisi-kisi, Kristal Satu Dimensi, Model Einstein, dan Model Debye” yang merupakan bagian materi pada mata kuliah Pendahuluan Fisika Zat Padat. Selain itu, buku ini juga disajikan berupa penjelasan materi, penurunan rumus, dan lain sebagainya yang bisa menjadi bahan pembelajaran, serta bisa menambah wawasan dikalangan mahasiswa.

Penulis berharap, dengan adanya buku ini, pembaca khususnya mahasiswa pendidikan fisika mampu memahami materi yang telah disajikan dengan baik. Dan semoga buku ini dapat bermanfaat bagi semua kalangan. Penulis juga memohon maaf yang sebesar-besarnya bila ditemukan adanya kesalahan dalam penyusunan buku ini.